

5年「面積」三角形・平行四辺形、どちらを先に学ぶべきかの論争に 終止符が打てるか？

2022年6月改訂

5年「面積」では、面積の公式を考える際に三角形・平行四辺形どちらを先に学ぶべきかについて、永年、論争が続いている。この論争に終止符が打てるかどうかを考察するのが、本稿の目的である。

1 考察の観点

5年「面積」で、三角形・平行四辺形の面積の公式を考える際に、どちらを先に学ぶべきかについて考察する観点を、次のようにする。

- ・ **観点Ⅰ** 面積の公式を考える対象となる三角形・平行四辺形の全ての場合について、公式を考えるものとする。従って、既習事項を用いても公式が導けない場合があるときは、5年で面積の公式を考えることに、適していないと判断する。
- ・ **観点Ⅱ** 面積の公式を考える学習で用いる既習事項を明らかにする。そして、その既習事項を用いる難易度を検討することで、三角形・平行四辺形の、どちらを先に学ぶべきかについて考察する。

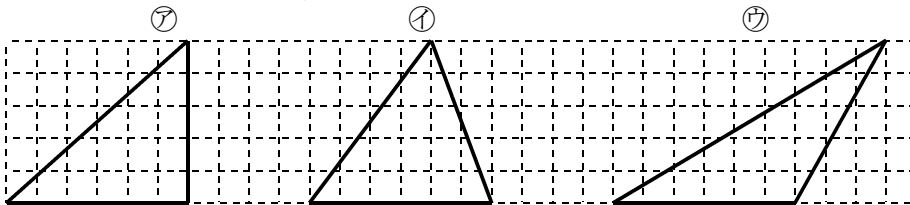
2 指導と考察

1-(1) 三角形の面積の公式を先に学ぶ 各時の指導(概要)と考察

第1時 指導

三角形には次の3つの場合があることを、明らかにする。

- ㉞ 底辺の端に、高さとなる辺が接している場合(直角三角形)
- ㉟ 底辺の上に、高さがとれる場合(正三角形など)
- ㊱ 底辺の上に、高さがとれない場合



本稿の方眼は、全て
1マス 縦1cm
横1cmとする。

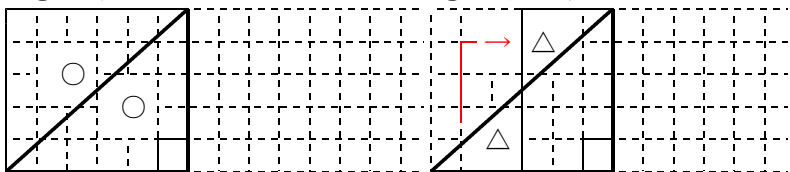
小単元の課題(めあて)
三角形の面積を求める公式を考えて、説明しよう。

第1時の課題(めあて)
㉞のような直角三角形の場合で、三角形の面積を求める言葉の式を考えて、説明しよう。

<予想される児童の考え>

① 取る

② 動かす



$$5 \times 6 \div 2 = 15$$

$$5 \times (6 \div 2) = 15$$

- ・ それぞれの式を、「底辺」「高さ」の順になるように、次のように話し合っって練り上げる。

- ・ ①は、長方形を合同な三角形に分け、その一方を取ることで、長方形の面積の半分になることを理解する。
 - ・ ②は、2つの△の三角形が合同だから、左下の三角形を動かして(等積変形)、面積の同じ長方形になることを理解する。
 - ・ 長方形の「たて」の直線と「横」の直線が垂直に交わることから、直角三角形の「底辺」の直線も「高さ」の直線と垂直に交わることを理解し、三角形の面積を求める式では、「底辺」「高さ」の順に、形式的に言葉を揃えることを知る。(面積は、「高さ」「底辺」の順でも求められる。)
- ① $5 \times 6 \div 2 = 15 \rightarrow 6 \times 5 \div 2 = 15 \rightarrow$ 底辺×高さ÷2
 ② $5 \times (6 \div 2) = 15 \rightarrow 5 \times 6 \div 2 = 15 \rightarrow 6 \times 5 \div 2 = 15 \rightarrow$ 底辺×高さ÷2

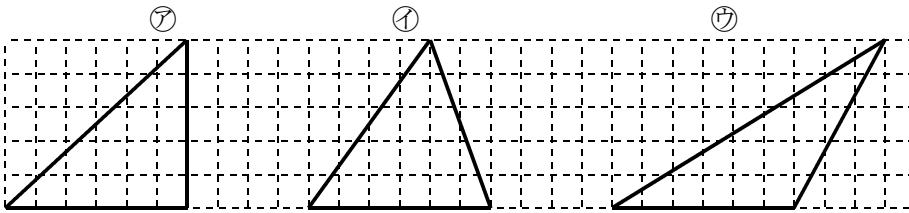
第1時の解決(まとめ)

㉞のような直角三角形の場合で、三角形の面積を求める言葉の式は、底辺×高さ÷2になる。

第1時 考察

①・②で用いる三角形の合同は、5年「面積」の単元の前に学習している。また、「取る」「動かす」操作は、4年「面積」の単元で「分ける」操作と共に学習している。従って先行学習を通常程度習得していれば、この既習事項は容易に用いられると考えられる。

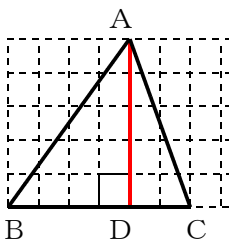
第2時 指導



第2時の課題(めあて)

①のような三角形の場合で、三角形の面積を求める言葉の式を考えて、説明しよう。

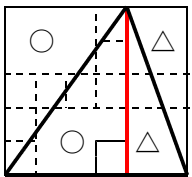
- ①の三角形の「底辺」と「高さ」について話し合う。



直角三角形では、「底辺」の直線と「高さ」の直線が垂直に交わることから、①の三角形ABCの底辺を辺BCとすると、直線BCに、垂直に交わる直線について話し合う。そして、4年で、「2本の直線が交わってできる角が直角のとき、この2本の直線は、垂直である。」と学んだことから、頂点Aから直線BCに垂直に引いた直線の、ADの部分の長さ(線分)が、①のような三角形の場合の高さであることが、理解できるようにする。

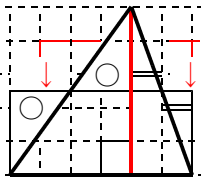
<予想される児童の考え>

① 取る



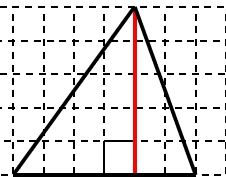
$$6 \times 5 \div 2 = 15$$

② 動かす



$$(5 \div 2) \times 6 = 15$$

③ 分ける



$$4 \times 5 \div 2 + 2 \times 5 \div 2 = 15$$

- それぞれの式を、直角三角形の面積を求める数の式($6 \times 5 \div 2 = 15$)言葉の式(底辺×高さ÷2)と同じになることをめざして、次のように話し合って練り上げる。

- ①は、長方形を合同な二種類の三角形に分け、その半分を取るので、長方形の面積の半分になることを理解する。
- ②は、○と=の二種類の三角形を動かして、面積の同じ長方形になることを理解する。
- ③は、三角形を二つの直角三角形に分け、それぞれの面積を足すことを理解する。

① $6 \times 5 \div 2 = 15$ → 底辺×高さ÷2

② $(5 \div 2) \times 6 = 15$ → $5 \div 2 \times 6 = 15$ → $6 \times 5 \div 2 = 15$ → 底辺×高さ÷2

③ $4 \times 5 \div 2 + 2 \times 5 \div 2 = 15$ (この式に分配法則を用いて)

→ $(4 + 2) \times 5 \div 2 = 15$ → $6 \times 5 \div 2 = 15$ → 底辺×高さ÷2

第2時の解決(まとめ)

①のような三角形の場合で、三角形の面積を求める言葉の式は、底辺×高さ÷2になる。

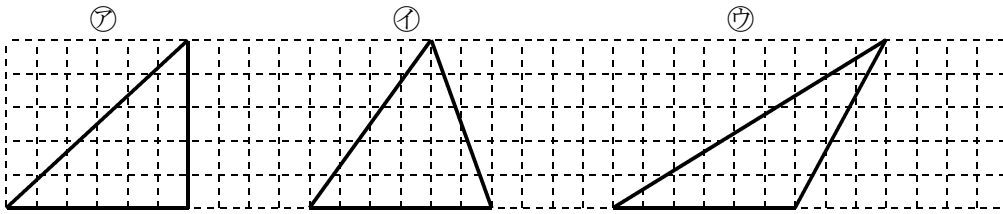
第2時 考察

①・②で用いる三角形の合同や、「取る」「動かす」操作は、第1時で学習している。従って、第1時を通常程度習得していれば、この既習事項は容易に用いられると考えられる。

③で用いる「分ける」操作で面積の求め方を考えるには、4年「計算のきまり」で学習する分配法則を用いる必要がある。この既習事項は、定着も活用も不十分なことが多い。従って、事前の準備なしで分配法則を用いることは、容易でないと考えられる。本単元「面積」の学習の前に実態を調査して、不十分なら十分復習しておく必要がある。

③の分配法則を用いなくても、三角形の面積を求める言葉の式は導き出せるが、次時の⑦のような三角形の場合で、三角形の面積を求める式を考える際には、必要になるので、復習は不可欠である。

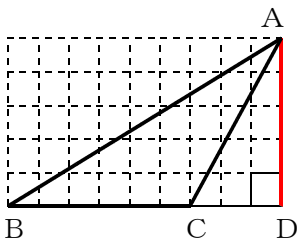
第3時 指導



第3時の課題(めあて)

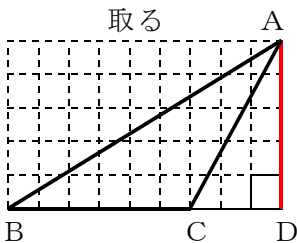
㉙のような三角形の場合で、三角形の面積を求める言葉の式を考えて、説明しよう。

- ㉙の三角形の「底辺」と「高さ」について話し合う。



㉗・㉘の三角形では、「底辺」の直線と「高さ」の直線が垂直に交わることから、㉙の三角形ABCの底辺を辺BCとすると、直線BCに垂直に交わる直線について話し合う。そして、4年で「2本の直線が交わってできる角が直角のとき、この2本の直線は垂直である。」と学んだことから、頂点Aから直線BCに垂直に引いた直線のADの部分の長さ(線分)が、㉙のような三角形の場合の高さであることが理解できるようにする。

<予想される児童の考え>



$$9 \times 5 \div 2 - 3 \times 5 \div 2 = 15$$

- 上の式を、㉗・㉘のような三角形の面積を求める 数の式($6 \times 5 \div 2 = 15$)・言葉の式(底辺 \times 高さ $\div 2$)と同じになることをめざして、次のように話し合って練り上げる。

- 三角形ABDから三角形ACDを取ると、三角形ABCになることを理解する。
 $9 \times 5 \div 2 - 3 \times 5 \div 2 = 15$ (この式に分配法則を用いて)
 $\rightarrow (9 - 3) \times 5 \div 2 = 15 \rightarrow 6 \times 5 \div 2 = 15 \rightarrow$ 底辺 \times 高さ $\div 2$
- ㉗・㉘・㉙のような三角形の場合の、面積を求める言葉の式をまとめて(統合)、三角形の面積を求める公式は、底辺 \times 高さ $\div 2$ になることを理解する。

第3時の解決(まとめ)

㉙のような三角形の場合で、三角形の面積を求める言葉の式は、底辺 \times 高さ $\div 2$ になる。

小単元の解決(まとめ)

三角形の面積を求める公式は、底辺 \times 高さ $\div 2$ になる。

第3時 考察

本時で用いる「取る」操作で面積の求め方を考えるには、4年「計算のきまり」で学習する分配法則で、()の計算が減法になっている計算を用いる必要がある。この既習事項は、第2時㉘のような三角形で用いた、()の計算が加法になっている分配法則より、定着も活用も、さらに不十分なことが多い。従って、事前の準備なしで、分配法則を用いることは、容易でないと考えられる。本単元「面積」の学習の前に実態を調査して、不十分なら十分復習しておく必要がある。

1-(2) 三角形の面積の公式を先に学ぶ 指導全体の考察

・観点Ⅰについて

三角形の面積の公式を考える対象となる図形㉗・㉘・㉙全ての場合について、既習事項を用いて公式を導くことができた。従って、5年で三角形の面積の公式を先に学ぶことは、可能であると判断する。

・観点Ⅱについて

三角形の面積の公式を考える学習で用いる既習事項は、三角形の合同・「取る」「動かす」「分ける」操作・分配法則である。このうち、三角形の合同・「取る」「動かす」「分ける」操作は、

容易である。しかし、4年「計算のきまり」で学習する分配法則は、定着も活用も不十分なことが多い。従って、事前の準備なしで分配法則を用いることは、容易でないと考えられる。本単元「面積」の学習の前に実態を調査して、不十分なら十分復習しておく必要がある。

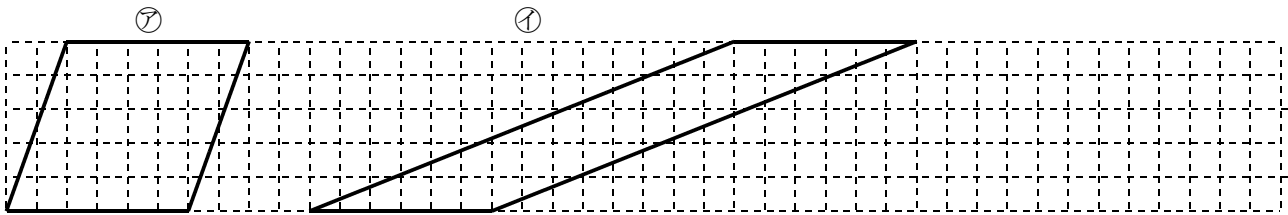
ここで、留意すべきことがある。それは、分配法則は定着も活用も不十分なことが多い。しかし、だからといって、㉞・㉟のような三角形の場合で三角形の面積を求める言葉の式を導き、これを三角形の全ての場合で用いられる公式とすることは、できないことである。なぜなら、㉞のような三角形の場合で、面積を求める式は、未だ導かれていないからである。

2-(1) 平行四辺形の面積の公式を先に学ぶ 各時の指導(概要)と考察

第1時 指導

平行四辺形には次の2つの場合があることを、明らかにする。

- ㉞ 底辺の上に、高さがとれる場合
- ㉟ 底辺の上に、高さがとれない場合



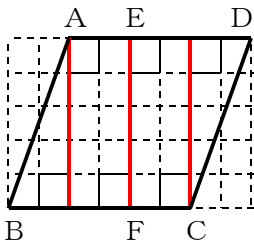
小単元の課題(めあて)

平行四辺形の面積を求める公式を考えて、説明しよう。

第1時の課題(めあて)

㉞のような平行四辺形の場合で、平行四辺形の面積を求める言葉の式を考えて、説明しよう。

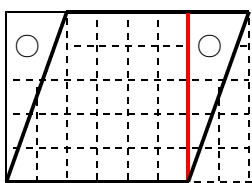
- ・㉞の平行四辺形の「底辺」と「高さ」について話し合う。



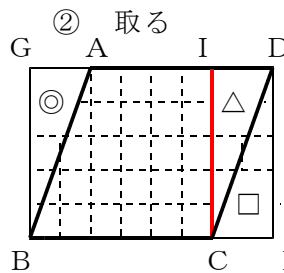
㉞の平行四辺形 ABCD の底辺を、辺 BC とするとき、直線 BC と直線 AD に垂直に交わる直線について話し合う。そして、4年で「平行な2本の直線に垂直に交わる直線 EF などの長さ(線分)は、全て同じ。」と学んだことから、直線 EF などの長さ(線分)が、㉞のような、平行四辺形の場合の高さであることが、理解できるようにする。

<予想される児童の考え>

- ① 動かす



$$5 \times 6 = 30$$



$$5 \times (6+2) - 5 \times 2 = 30$$

- ・平行四辺形の面積を求める、それぞれの数の式・言葉の式を、「底辺」「高さ」の順に揃えることをめざして、次のように話し合っって練り上げる。

- ・①は、2つの○の三角形が合同だから、右の三角形を動かして、平行四辺形と面積の同じ長方形になることを理解する。
- ・②は、◎△□の三角形が合同だから、◎と□の三角形の代わりに、△と□の三角形を取る。つまり、長方形 GBHD から長方形 ICHD を取ると、平行四辺形と面積の同じ長方形になることを理解する。
- ・長方形の「たて」と「横」が、平行四辺形の「高さ」と「底辺」になることを理解し、平行四辺形の面積を求める式では、「底辺」「高さ」の順に、形式的に言葉を揃えることを知る。(面積は、「高さ」「底辺」の順でも求められる。)

① $5 \times 6 = 30$ → $6 \times 5 = 30$ → 底辺 × 高さ

② $5 \times (6+2) - 5 \times 2 = 30$ (この式に分配法則を用いて)

→ $5 \times \underline{6} + 5 \times \underline{2} - 5 \times 2 = 30$ → $5 \times 6 = 30$ → $6 \times 5 = 30$ → 底辺 × 高さ

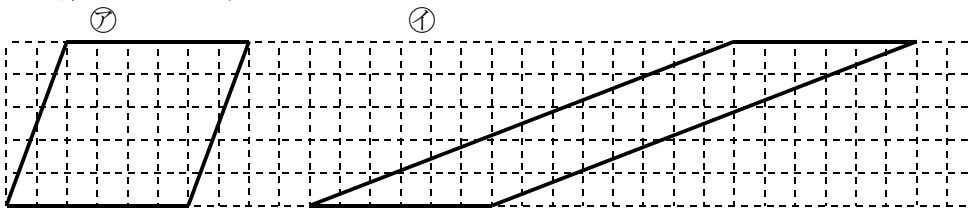
第1時の解決(まとめ)

㊦のような平行四辺形の場合で,平行四辺形の面積を求める言葉の式は,底辺×高さ になる。

第1時 考察

本時で用いる三角形の合同は,5年「面積」の単元の前に学習している。また「動かす」操作は,4年「面積」の単元で学習している。従って,先行学習で通常程度習得していれば,この既習事項は,容易に用いられると考えられる。しかし,㊦で用いる「取る」操作で,平行四辺形の面積の求め方を考えるには,4年「計算のきまり」で学習する分配法則で,()を解く計算を用いる必要がある。この既習事項は,定着も活用も不十分なことが多い。従って,事前の準備なしで,分配法則を用いることは,容易でないと考えられる。「取る」操作の後,分配法則を用いて平行四辺形の面積の求め方を考えるのであれば,本単元「面積」の学習の前に実態を調査して,不十分なら十分復習しておく必要がある。

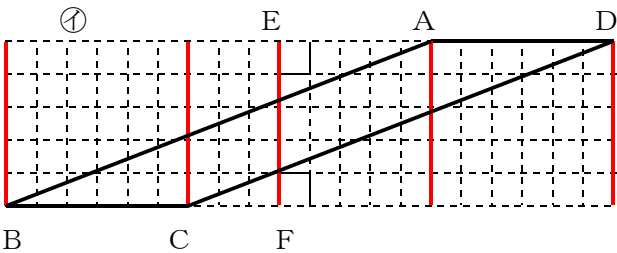
第2時 指導



第2時の課題(めあて)

㊦のような平行四辺形の場合で,平行四辺形の面積を求める言葉の式を考えて,説明しよう。

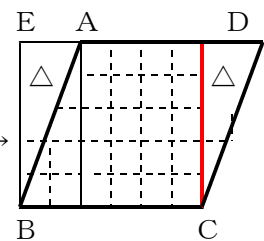
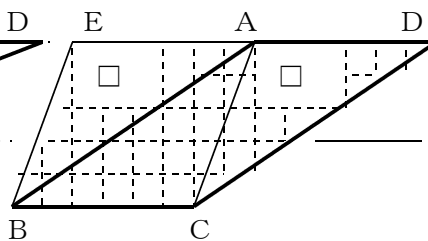
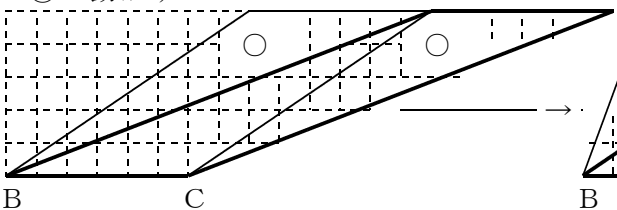
- ㊦の平行四辺形の「底辺」と「高さ」について話し合う。



㊦の平行四辺形 ABCD の底辺を,辺 BC とするとき,直線 BC と直線 AD に垂直に交わる直線について話し合う。そして,4年で「平行な2本の直線に垂直に交わる直線 EF などの長さ(線分)は,全て同じ。」と学んだことから,直線 EF などの長さ(線分)が,㊦のような平行四辺形の場合の,高さであることが,理解できるようにする。

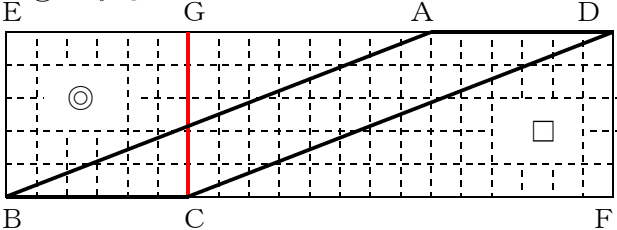
<予想される児童の考え>

㊦ 動かす



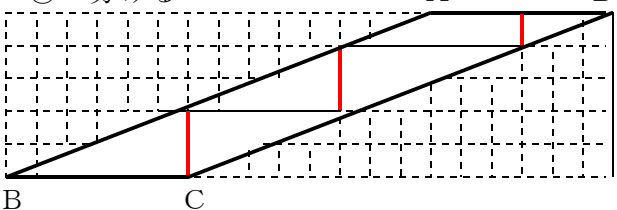
$$6 \times 5 = 30$$

㊧ 取る



$$5 \times (6 + 14) - 5 \times 14 = 30$$

㊨ 分ける



$$6 \times 2 + 6 \times 2 + 6 \times 1 = 30$$

- それぞれの式を,第1時に導いた平行四辺形の面積を求める 数の式 ($6 \times 5 = 30$) ・ 言葉の式(底辺×高さ)と,同じになることをめざして,次のように話し合って練り上げる。

- ①は、○と○,□と□,△と△の三角形が合同だから,右の三角形を3回動かして,平行四辺形と面積の同じ長方形になることを理解する。
- ②は、◎□の三角形と三角形G C Dが合同だから,◎と□の三角形の代わりに,三角形G C Dと□の三角形を取る。つまり,長方形E B F Dから長方形G C F Dを取ると,平行四辺形と面積の同じ長方形になることを理解する。
- ③は,底辺の上に高さがとれない平行四辺形A B C Dを,底辺の上に高さがとれる,底辺の長さと同じ三つの平行四辺形に分け,それぞれの面積を足すことを理解する。
 - ① $5 \times 6 = 30 \rightarrow 6 \times 5 = 30 \rightarrow$ 底辺×高さ
 - ② $5 \times (6 + 14) - 5 \times 14 = 30$ (この式に分配法則を用いて)
 $\rightarrow 5 \times 6 + 5 \times 14 - 5 \times 14 = 30 \rightarrow 5 \times 6 = 30 \rightarrow 6 \times 5 = 30 \rightarrow$ 底辺×高さ
 - ③ $6 \times 2 + 6 \times 2 + 6 \times 1 = 30$ (この式に分配法則を用いて)
 $\rightarrow 6 \times (2 + 2 + 1) = 30 \rightarrow 6 \times 5 = 30 \rightarrow$ 底辺×高さ
- ⑦・⑧のような平行四辺形の場合の,面積を求める言葉の式をまとめて(統合),平行四辺形の面積を求める公式は,底辺×高さ になることを理解する。

第2時の解決(まとめ)

⑧のような平行四辺形の場合で,平行四辺形の面積を求める言葉の式は,底辺×高さ になる。

小単元の解決(まとめ)

平行四辺形の面積を求める公式は,底辺×高さ になる。

第2時 考察

①・②で用いる,三角形の合同や「動かす」操作は,第1時⑦のような底辺の上に高さがとれる平行四辺形の場合では,容易に用いられた。しかし,第2時⑧のような底辺の上に高さがとれず,「動かす」操作を繰り返さなければならない平行四辺形の場合では,図形のイメージが捉えにくく,面積の求め方を見つけにくい。従って,事前の準備なしで,「動かす」操作(等積変形)を繰り返して,面積の求め方を考えることは,容易でないと考えられる。本単元「面積」の学習の前に実態を調査して,不十分なら十分復習しておく必要がある。

②・③で用いる「取る」「分ける」操作で,面積の求め方を考えるには,4年「計算のきまり」で学習する分配法則を用いる必要がある。この既習事項は,定着も活用も不十分なことが多い。従って,事前の準備なしで,この分配法則を用いることは,容易でないと考えられる。しかし,第1時では「動かす」操作で面積の求め方を考えたので,本時でも「動かす」操作で面積の求め方を考えると予想される。従って,図形の合同や「動かす」操作を,十分復習しておくことが肝要であると考えられる。

2-(2) 平行四辺形の面積の公式を先に学ぶ 指導全体の考察

・観点Ⅰについて

平行四辺形の面積の公式を考える対象となる図形⑦・⑧全ての場合について,既習事項を用いて公式を導くことができた。従って,5年で平行四辺形の面積の公式を先に学ぶことは,可能であると判断する。

・観点Ⅱについて

平行四辺形の面積の公式を考える学習で用いる既習事項は,三角形の合同・「動かす」「取る」「分ける」操作・分配法則である。このうち第1時⑦のような底辺の上に高さがとれる平行四辺形の場合では,この「動かす」操作は容易に用いられる。しかし,第2時⑧のような底辺の上に高さがとれず,「動かす」操作を繰り返さなければならない平行四辺形の場合では,図形のイメージが捉えにくく,面積の求め方を見つけにくい。従って,事前の準備なしで,「動かす」操作(等積変形)で面積の求め方を考えることは容易でないと考えられる。本単元「面積」の学習の前に実態を調査して,不十分なら十分復習しておく必要がある。

次に,第1時⑦の「取る」第2時⑧の「分ける」操作は容易に用いられるが,分配法則を用いるので容易でない。しかし,第2時でも「動かす」操作で面積の求め方を考えると予想されるので,「動かす」操作を十分復習しておくことが肝要であると考えられる。

ここで,留意すべきことがある。それは,底辺の上に高さがとれず,「動かす」操作を繰り返さなければならない平行四辺形の場合では,図形のイメージが捉えにくく,面積の求め方を見つけにくい。しかし,だからといって,⑦のような底辺の上に高さがとれる平行四辺形の場合で,平行四辺形の面積を求める言葉の式を導き,これを,平行四辺形の全ての場合で用いられる公式とすることは,できないことである。なぜなら⑧のような平行四辺形の場合で,面積を求める式は,未だ導かれていないからである。

3 結 論

5年「面積」では、面積の公式を考える際に、三角形・平行四辺形、どちらを先に学ぶべきかについて、永年、論争が続いている。この論争に、終止符が打てるかどうかを考察するのが、本稿の目的である。

三角形を先に学ぶ際には、底辺の上に高さがとれない場合に、分配法則を用いる必要があり、本単元「面積」の学習の前に、この既習事項の実態を調査して、不十分なら十分復習しておく必要があることを述べた。

平行四辺形を先に学ぶ際には、底辺の上に高さがとれない場合に、「動かす」操作(等積変形)を繰り返す必要があり、本単元「面積」の学習の前に、この既習事項の実態を調査して、不十分なら十分復習しておく必要があることを述べた。

つまり、5年「面積」で、面積の公式を考える際に、三角形・平行四辺形、どちらを先に学ぶべきかについて決めるには、それぞれに関連する既習事項の実態を、指導する児童に対して調査する必要があり、その結果に基づいて科学的に判断するべきではないか、というのが結論である。

この結論は、言うは易く行うは難しである。目の前に指導の対象となる児童が居るにも拘わらず、調査しないで、非科学的な考えで、三角形・平行四辺形、どちらを先に学ぶべきかを決めては、いないだろうか。論理的思考力を育てることを、第一の目標として掲げているにも拘わらず、児童に、公式を導いていない形にも、公式を適用する問題をさせてはいないだろうか。これらが、「面積」指導において、思考力重視に転換できていないのではないかとという危惧である。

視野を広げて、算数教育全般を俯瞰してみても、永年、思考力重視が主張されているが、本当に思考力重視に転換できているだろうか。例えば、指導要領(平成29年告示)では、Dデータの活用(1)イで思考力・判断力・表現力を身に付けるように、データを活用することを目指しているが、教科書では、技能中心のデータ活用になってはいないだろうか。1年では数を単なる記号としてではなく、十進位取り記数法に基づく数として、指導しているだろうか。等々である。

将来、日本の子供達が、勃興する中国・韓国・台湾など東アジアの子供達と、競争と協力のできる対等な存在として、生存していくためには、資源の乏しい我が国では、技能から思考力重視の教育への転換が不可欠である。その覚悟が、指導する側にできているだろうか。

算数教育の様々な分野で、真に思考力重視の教育に転換を果たして、子供達の将来が明るくなるように努めたいものである。

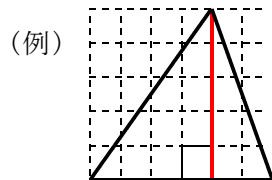
5年「面積」 Q & A (1~4)

Q 1 「面積」の学習の第1時は盛り上がるのに、第2時以降は盛り上がらない。なぜか？

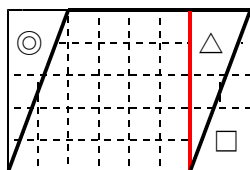
A 1 授業が盛り上がらないのは、**指導者と児童の意識(方針)の乖離**が原因ではないか。

第1時に、面積の求め方を考えていても、児童は「辺の長さを用いない式」や、その結果である「数値」を求めている。ひし形では辺を用いない公式になるが、5年「面積」の学習で、三角形・平行四辺形・台形という、主要な図形の内積の求め方を考えていくとき、「辺を用いた公式」(底辺と高さのように、辺だけの式ではなく)は、最も重要な意識(方針)である。

辺を無視すれば、面積の求め方を考える重要な意識(方針)を失う。5年「面積」の学習は、不成立に陥るのではないか。このように重要な「辺」に意識(方針)が向かわなければ、当然、第2時以降には繋がらない。また、「面積の公式」は、対象にする図形の全ての形に、当てはまらないといけませんが、5年の当初でも、それが意識できていないのではないか。つまり、児童の意識(方針)は、「公式の意味」にも「辺の長さ」にも、向いていないと考えられる。



$4 \times 5 \div 2 + 2 \times 5 \div 2 = 15$ のように「辺の長さを用いた1つの式」を意識するのではなく $4 \times 5 \div 2 = 10$ $2 \times 5 \div 2 = 5 \rightarrow 10 + 5 = 15$ のように「辺の長さを全く用いない式」と、その結果である「数値」を求めている。



$5 \times (6+2) - 5 \times 2 = 30$ のように、「辺の長さを用いた1つの式」を意識するのではなく、 $5 \times 8 = 40$ $2 \times 5 = 10 \rightarrow 40 - 10 = 30$ のように、「辺の長さを全く用いない式」と、その結果である「数値」を求めている。

指導者は、面積を求めた後に、公式化することを計画しているので、第1時で面積を求める

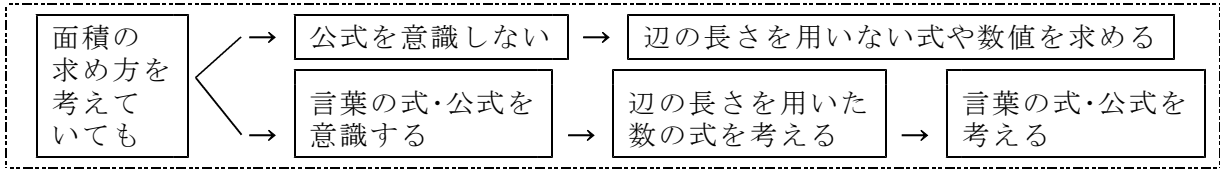
段階から公式化を意識して、児童が公式化に合わせた面積の求め方をするように指導する。

しかし、そんな指導者の思いを知らない児童は、 $10 + 5 = 15$ や $40 - 10 = 30$ のように、面積の「数値」を求めて公式化を全く意識しない。ところが第2時になると、逆に公式化ばかり意識するように促される。これでは、第1時に公式化を全く意識せずに、「辺の長さを用いない式」や面積の「数値」ばかりを求めていた児童は、とまどうばかりである。

この様な、指導者と児童の意識(方針)の乖離が、授業が盛り上がらない原因ではないか。

児童の意識(方針)の流れを図式化すると、次のようになる。

図 1



この状況を改善するには、どうすればよいのだろうか。改善案を、次に提案したい。

【改善案】

- (1) 4年で学習した面積の公式の意味を振り返り、5年でも児童が、三角形・平行四辺形・台形の面積を求める公式は、「辺の長さを用いた言葉の式で、その図形の全ての形に当てはまる式である。」ことを理解できるようにする。(ひし形は辺を用いない応用的な形として扱う。)
- (2) 4年で面積を求める公式を考えたことから、5年でも児童が、「面積を求める公式を考える」という課題を意識して、面積の求め方を考えるようにする。

単元の課題(めあて) 三角形・平行四辺形・台形・ひし形の面積を求める公式を考えて、説明しよう。

小単元の課題(めあて) (三角形・平行四辺形のどちらか)の面積を求める公式を考えて、説明しよう。

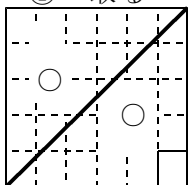
第○時の課題(めあて) ()のような(三角形・平行四辺形のどちらか)の場合で、(三角形・平行四辺形のどちらか)の面積を求める言葉の式を考えて、説明しよう。

児童が「面積を求める言葉の式・公式」を意識したら、次に(図1)「辺の長さを用いた数の式」を考える。そして、数の式から「面積を求める言葉の式・公式」を考えるように指導する。

三角形の場合だと、次のようになる。

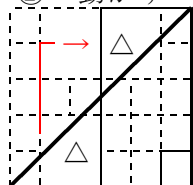
第1時 直角三角形の場合で、三角形の面積を求める数の式・言葉の式を考える。

① 取る



$5 \times 6 \div 2 = 15$

② 動かす



$5 \times (6 \div 2) = 15$

ポイント
辺の長さを用いた数の式「 $6 \times 5 \div 2 = 15$ 」から言葉の式「底辺×高さ÷2」を考える。これが、第2・3時の児童の意識(指針)になる。
※ 辺の長さを用いない式から、言葉の式・公式は、できない。

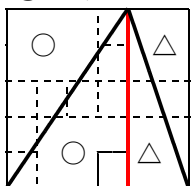
式を「底辺」「高さ」の順になるように話し合う。

① $5 \times 6 \div 2 = 15$ → $6 \times 5 \div 2 = 15$ → 底辺×高さ÷2

② $5 \times (6 \div 2) = 15$ → $5 \times 6 \div 2 = 15$ → $6 \times 5 \div 2 = 15$ → 底辺×高さ÷2

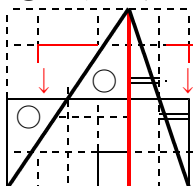
第2時 ①のような三角形の場合で、三角形の面積を求める言葉の式を考える。

① 取る



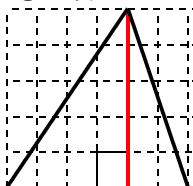
$6 \times 5 \div 2 = 15$

② 動かす



$(5 \div 2) \times 6 = 15$

③ 分ける



$4 \times 5 \div 2 + 2 \times 5 \div 2 = 15$

ポイント
第1時で導いた数の式「 $6 \times 5 \div 2 = 15$ 」と言葉の式「底辺×高さ÷2」を意識(指針)して、式を変形し、言葉の式を考える。

① $6 \times 5 \div 2 = 15$ → 底辺×高さ÷2

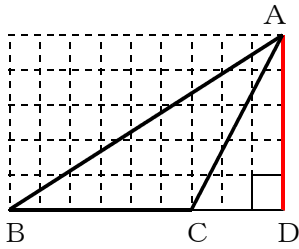
② $(5 \div 2) \times 6 = 15$ → $5 \div 2 \times 6 = 15$ → $6 \times 5 \div 2 = 15$ → 底辺×高さ÷2

③ $4 \times 5 \div 2 + 2 \times 5 \div 2 = 15$ (この式に分配法則を用いて)

→ $(4 + 2) \times 5 \div 2 = 15$ → $6 \times 5 \div 2 = 15$ → 底辺×高さ÷2

※ ③は、第3時で必要なので、話し合いの中で、式の変形が経験できるようにする。

第3時 ㉗のような三角形の場合で,三角形の面積を求める言葉の式を考える。



ポイント

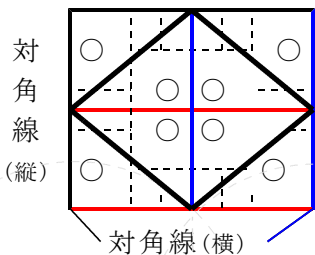
第1・2時で導いた
 「数の式 $6 \times 5 \div 2 = 15$ 」と
 「言葉の式 底辺×高さ÷2」及び,第2時の㉓で学習した
 分配法則を意識(指針)して,式を変形し,言葉の式を考える。

$9 \times 5 \div 2 - 3 \times 5 \div 2 = 15$
 $9 \times \underline{5 \div 2} - 3 \times \underline{5 \div 2} = 15$ (この式に分配法則を用いて)
 $\rightarrow (9 - 3) \times \underline{5 \div 2} = 15 \rightarrow 6 \times 5 \div 2 = 15 \rightarrow \text{底辺} \times \text{高さ} \div 2$

改善案(1)・(2)を実施することで,指導者と児童の意識の乖離を解消してほしい。その結果,児童が「面積を求める公式を考える」という意識(方針)をもって,「辺の長さ」を用いた面積の求め方を考えるようになり,指導者も授業研究の面白さを満喫できることを願っている。

Q2 5年「面積」の三角形・平行四辺形・台形において,「辺の長さを用いた1つの式」を意識して面積の求め方を考えることは,児童の主体的な学びを伸ばす上で,効果的であると思う。しかし,ひし形で思考の流れが途切れてしまう。「学ぶ道すじ」を拓いて,思考の流れが連続していくように,できないか?

A2 ひし形は,外接する長方形を基にすると,簡単に かくことができる。そこで,このことを,ひし形の面積の求め方に応用してみる。



ひし形の面積は,ひし形に外接する長方形の面積の半分だから,面積を求める式は,外接する長方形の縦×横÷2となる。これは,ひし形の面積も,「辺の長さを用いた1つの式」で求められることを示している。このとき,対角線の長さは,外接する長方形の縦・横の長さと同じだから,ひし形の面積を求める公式は,辺の代わりに対角線を用いて,対角線×対角線÷2となる。

次に,円の面積の求め方を考えてみる。
 三角形・平行四辺形・台形など,既習の図形の面積を求める「辺の長さを用いた1つの式」に帰着して,円の面積を求める公式を考えると,次のようになる。

①平行四辺形の面積をもとに

$$\frac{\text{底辺}}{\text{円周の半分}} \times \frac{\text{高さ}}{\text{半径}}$$

$$= \frac{\text{半径} \times 2 \times \text{円周率} \div 2 \times \text{半径}}{\text{円周の半分}}$$

$$= \text{半径} \times \text{半径} \times \text{円周率}$$

②台形の面積をもとに

$$\frac{(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \div 2}{\text{円周}}$$

$$= \frac{\text{半径} \times 2 \times \text{円周率} \times \text{半径} \div 2}{\text{円周}}$$

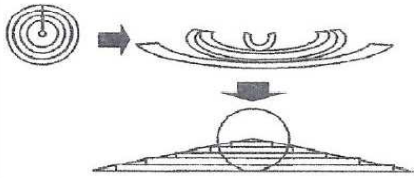
$$= \text{半径} \times \text{半径} \times \text{円周率}$$

③三角形の面積をもとに (1)

$$\frac{\text{底辺} \times \text{高さ} \div 2}{\text{円周}} = \frac{\text{半径} \times 2 \times \text{円周率} \times \text{半径} \div 2}{\text{円周}}$$

$$= \text{半径} \times \text{半径} \times \text{円周率}$$

* 布のひも以外に粘土のひも
トイレットペーパーを使っ
てもできる。

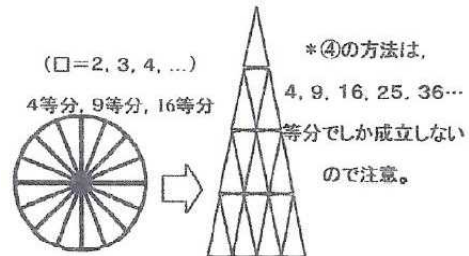


④三角形の面積をもとに (2)

$$\frac{\text{底辺} \times \text{高さ} \div 2}{\text{円周} \div \square} = \frac{\text{半径} \times \square}{\square}$$

$$= \text{半径} \times 2 \times \text{円周率} \div \square \times \text{半径} \times \square \div 2$$

$$= \text{半径} \times \text{半径} \times \text{円周率}$$

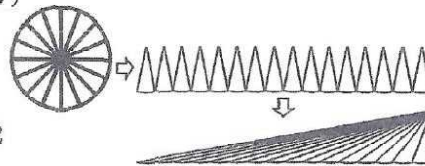


⑤三角形の面積をもとに (3)

$$\frac{\text{底辺} \times \text{高さ} \div 2}{\text{円周}} = \frac{\text{直径} \times \text{円周率} \times \text{半径} \div 2}{\text{円周}}$$

$$= \text{半径} \times 2 \times \text{円周率} \times \text{半径} \div 2$$

$$= \text{半径} \times \text{半径} \times \text{円周率}$$

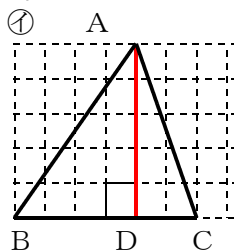


これらのことから、円の面積も、「辺の長さを用いた1つの式」を意識して面積の求め方を考えることで、公式が求められることが分かる。

面積・体積の学習において、「辺の長さ」を意識して公式化を考えていくことで、「学びの道すじ」が拓けることを願っている。

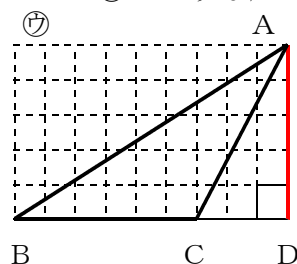
小学校学習指導要領(平成 29 年告示)では、「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた、授業改善が求められている。「主体性」とは、「課題に対する主体的な解決意識」とも考えられるから、児童の課題意識が途切れず連続する能動的な「学びの道すじ」を研究し、それを生かした授業改善が欠かせない。課題意識よりも、教材ごとの説明が優先され、児童がその説明を受動的に受けるという授業を続けていたのでは、「主体的・対話的で深い学び」は、実現できないのではないか。教科書でも授業でも、教材論だけではなく「児童の課題意識」に関する研究が進み、授業が改善されることを願っている。

Q 3 ①のような三角形の「高さ」について、教科書には次のように書かれている。



「三角形ABCの底辺を辺BCとすると、頂点Aから底辺BCに、垂直にひいた直線の長さを高さという。」しかし、本稿では、「底辺」ではなく、「直線」と書かれている。なぜか？

A 3 ⑦のような底辺の上に「高さ」がとれない場合の、三角形の「高さ」を考えてみる。



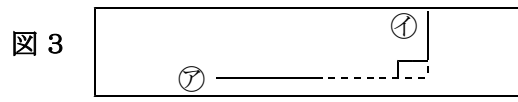
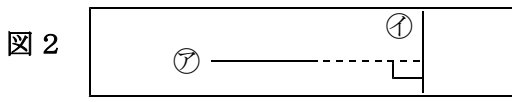
まず、①のような三角形の「高さ」の考えを⑦の三角形で用いると、三角形ABCの底辺を辺BCとすると、頂点Aから底辺BCに垂直に直線を引くことはできない。そこで、底辺BCをのばして、その線に頂点Aから垂直に直線を引くと、垂直に交わる。しかし、この線は、「底辺」ではない。その上、「底辺」は図形の一部なので、「のばす」という概念がない。⑦の三角形の場合、「底辺」に垂直に直線を引くことに、論理上の無理がある。そこで、4年「垂直・平行」の学習を振り返ってみる。

A 欄 [4年] 垂直のきまり(以後,定義と考える)は,次の通りである。
 「2本の直線が交わってできる角が直角のとき,この2本の直線は,垂直である。」
 ※ 垂直のきまり(定義)は,「直線と直線」で説明されている。

B 欄 図形における 垂直のきまり(以後,定理と考える)は,次の通りである。
 「……………(記載なし)」
 ※ 垂直のきまり(定理)は,「辺(線分)と直線」で説明されている。

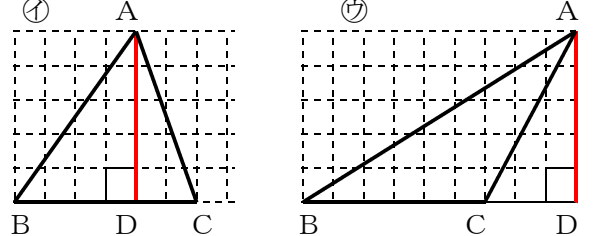
C 欄 [5年] 三角形の高さのきまり(以後,定理と考える)は,次の通りである。
 「三角形の頂点から底辺に垂直にひいた直線の長さを,三角形の高さという。」
 ※ 垂直に関わる高さのきまり(定理)は,「辺(線分)と直線」で説明されている。

5年「垂直に関わる三角形の高さのきまり(定理)」は「辺(線分)と直線」で説明されている。もし,これが,[4年]垂直のきまり(定義)に矛盾せず,論理的に正しいのであれば,A欄とC欄を繋ぐB欄すなわち図形における垂直のきまり(定理)が「辺(線分)と直線」で説明されている必要がある。しかし,それはない。つまり,三角形の高さのきまり(定理)が,「辺(線分)と直線」で説明されている根拠はない。その上,どの教科書にも,次の 図2・図3 の記述が見られる。



「直線㊶と直線㊸が交わっていないくても,直線㊶と直線㊸をのばして(一方でもよい)交わった角が直角になれば,垂直である。」この記述は,『教科書[4年]も,垂直を線分(語句は学習しない)ではなく,「直線と直線」で捉えることを促している。』と解釈することができる。

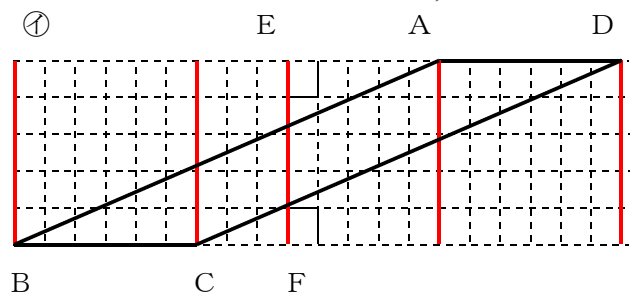
以上のことから図形における垂直も「辺(線分)と直線」ではなく「直線と直線」で説明されると判断するのが,[4年]垂直のきまり(定義)に矛盾せず妥当である。従って【三角形の高さのきまり(定理)】を,次のように説明した。



【 三角形の高さのきまり(定理) 】
 三角形ABCの底辺を辺BCとするととき
 頂点Aから直線BCに垂直に引いた直線の
 ADの部分の長さ(線分)が, この三角形の
 高さである。

この【三角形の高さのきまり(定理)】は,㊸のような三角形の場合は,今までと何ら変わらない。しかし,㊶のような三角形の場合になると,簡単に「高さ」の直線を引くことができる。

しかも,[4年]垂直のきまり(定義)に矛盾しない。教科書側にも,指導者にも,児童にも,福音をもたらすだろう。その上,㊸のような平行四辺形の「高さ」も,三角形と同様に,「直線と直線」の交わりで説明することで,簡単に,



「高さ」の直線を引くことができる。

さらに,長方形の面積は,「縦」と「横」が決まらなければ,求め方を考えられないのと同様に, 三角形・平行四辺形の面積でも「底辺」と「高さ」が決まらなければ,求め方を考えられないが,今まで「高さ」の説明が困難であったので,やむなく,「高さ」の説明

を後回しにしていたと思われる。しかし,これからは「高さ」の話合いを先にして,その後,面積の求め方を考えるという,理にかなった授業を展開することができる。

【三角形の高さのきまり(定理)】の見直しをすることで, 論理的で,誰にとっても負担が少ない授業が展開されることを望みたい。

Q4 分配法則や図形操作など,定着も活用も不十分な既習事項は,単元の指導時間内に,児童が用いることができる程度に指導するのは,困難ではないか?

A 4 分配法則や図形操作だけではなく、定着も活用も不十分な既習事項は、各学年、相当数見られる。これらは指摘されている通り、単元の指導時間内に、児童が用いることができる程度に指導するのは、困難であると想定される。そこで、次の提案をしたい。

【 提案事項 】

教科書への提案

定着も活用も不十分な既習事項であっても単元の学習に必要な場合は多い。その際、単元の指導時間内に、児童が用いることができる程度に指導するのが、困難であると想定される単元では、単元の学習前に、「準備のページ」を、設けてはどうか。以前は、よく見られたが、最近では少なくなっているのではないか。「発展」も良いが、中心単元での学習が不十分なら、「発展」も、上手くいかないのではないか。

「準備のページ」があることで、指導者も児童も、既習事項を意識するようになり、理解度も向上するのではないか。最近、課題(めあて)の大切さが認識されて、各教育機関から、課題(めあて)のある授業モデルが示されている。良いことだと思う。しかし、残念なことに、課題(めあて)が示されていても、既習事項と本時の問題との違いから得られる課題(めあて)の「つかみ方」が示されていない、授業モデルが見られる。これでは、若い先生方や、久し振りに算数教育研究に取り込まれる先生方は、指導案作成・研究授業に困られると思う。

既習事項は、学習の内容・方法に関して、複数あるのが常であり、学年を超えて先行する場合も多い。調べるのが大変である。こんな時、教科書側が、「準備のページ」で既習事項を示してくれれば福音である。教材の系統を最も理解している教科書側が、社会貢献できる最高の分野ではないか。

算数教育研究を始めた頃は、先輩の先生方から、既習事項の研究を厳しく指導されたものである。最近では、よき教育文化の伝承が途切れているのかもしれない。そんな折だからこそ、「準備のページ」は、最高のプレゼントだと思う。

指導者への提案

単元の指導の前には単元の目標や既習事項を研究する。既習事項での実態調査は、指導の主な流れや、机間指導の際の助言を研究することに役立つ。その上、学習行動予測の研究にも進むことができる。ぜひ学習行動予測の精度を高めて授業研究の醍醐味を満喫してほしい。

何よりも嬉しいのは、既習事項を想起する時間を、授業時間内に設けることで、児童が、学習を統合発展的に捉えていく姿を見せてくれたり、発言を聞かせてくれたりすることではないだろうか。教師冥利に尽きると言えよう。

『先生、 $20 + 30$ も、 $200 + 300$ も、 $0.2 + 0.3$ も、単位を変えれば、どれも、 $2 + 3$ で、できるよ。 $2 / 5 + 3 / 5$ も、できるかな。』

参考文献

- ◎ 小学校学習指導要領(平成29年告示)解説 算数編 文部科学省
- ◎ 算数科教科書(令和2年度配付)
【学校図書・教育出版・啓林館・大日本図書・東京書籍・日本文教出版】(アイエロ順)
- ◎ 算数教育ネットワーク岡山
 - 算数教育 情報コーナー
 - ・ 「倉敷市立第一福田小学校 実践研究 5年指導案」
 - ・ 単元のめあて今日(1単位時間)のめあての つかみ方 板書計画
 - 算数授業のめあてとポイント(5年面積 10～12月号)