「倍の意味」の捉え直しによる

4年「小数を用いた倍」から 5年「×小数」・「÷小数」への 指導

１．　４年「小数を用いた倍」(「倍の意味」の捉え直し)

４年では,「整数÷整数」の商が小数になる場合を指導している。今までは,整数で割り切れない場合，さらに割り進む除法の計算として扱っていたのを，令和２年度から全面的に実施している小学校学習指導要領(平成２９年７月告示)解説・算数編〔4年A(4)ア(ア)〕では,商が小数になる意味も,「小数を用いた倍」(小数の倍)(小数倍)として扱うようになった。

例えば，４ｍを基(一つ分)にした時，比べる大きさ　８ｍ　１０ｍ　２ｍ　は,４ｍの何倍であるかを考えるとする。

８ｍは，８(ｍ)÷４(ｍ)から２となって，４ｍの２倍である。

１０ｍは，１０(ｍ)÷４(ｍ)から割り進むと2.5となるが，これを すぐに2.5倍とすることや，このままで2.5倍の意味を明らかにすることはできない。

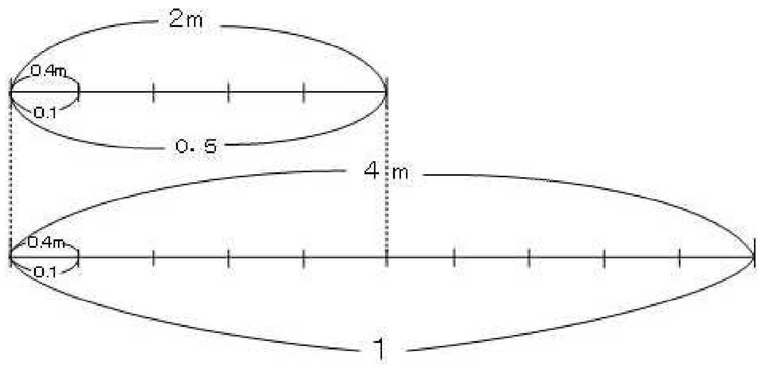
２ｍも，２(ｍ)÷４(ｍ)＝0.5と割り進むが，これも同様である。

このようになった理由は,２年で,二つ分のことを２倍などと,「幾つ分」のことを「何倍」と決めて,乗法も除法も「整数を用いた倍」で考えてきたことによる。この壁を乗り越えるには,２年で「２＋２＋２」を「２の三つ分」と捉え直して,加法から乗法への拡張を実現したように,2.5や0.5等の小数を用いた「倍の意味」を，新たに捉え直す必要がある。

上記のことから，次のように指導する。

T　　４ｍを１(一つ分)にしたとき,
８ｍは,４ｍの ２倍，つまり 二つ分となります。しかし,
２ｍは,２(ｍ)÷４(ｍ)＝0.5, １０ｍは,１０(ｍ)÷４(ｍ)＝2.5と割り進んで,小数で表された倍数になるので,「いくつ分」と言えません。どう考えたらよいでしょう。
数が0.1の何こ分で できているかで考えてみましょう。

C　　４ｍを１(一つ分)にしたとき,
図(1)



４ｍを１０等分すると，0.4ｍになります。

２ｍは，４ｍを１０等分した大きさ(0.4m)の５こ分　つまり，

２ｍは，４ｍの0.1になる大きさ(0.4m)の５こ分　だから，　　※「倍の意味」を

２ｍは，４ｍの0.5になる大きさになります。　　捉え直す場面

T　「0.5になる大きさ」と考えることで，２ｍは，２(m)÷４(m)＝0.5　の0.5倍の意味を「いくつ分」から「〜になる大きさ」に変えて(捉え直して)，商が小数になる割り算の意味が分かるようになりましたね。この「〜になる」を,「〜に当たる」と言いましょう。ところで，８ｍは，８(m)÷４(m)＝２から,４ｍの２倍になりますが，４ｍを１としたとき，いくらに当たりますか。

C　４ｍを１としたとき，８(m)÷４(m)＝２から，８ｍは２に当たります。

T　今までは,「倍の意味」を「いくつ分」としてきました。これからは，「倍の意味」を,「〜に当たる大きさ」と考えることで，２(m)÷４(m)＝0.5　のように商が小数になる割り算の意味が分かり，計算もできますね。

以上が指導の概要である。

ここで,「倍の意味」を捉え直す学習の「適時性」を考えてみる。今まで述べてきた指導は,２(m)÷４(m)＝0.5 ，１０(m)÷４(m)＝2.5のように，商が小数になる場合が出現した段階に,「0.1に当たる大きさ」を考えることで,「小数を用いた倍」の意味を捉え直す指導であったが,「倍の意味」を捉え直す時期を,４(m)÷２(m)＝２のように,商がまだ整数の場合の段階に設ける指導も考えられる。この指導の問題点は,商がまだ整数の場合の段階では,「倍の意味」が「幾つ分」として成立しているので，捉え直す必要がない点と,２(m)÷４(m)＝0.5，１０(m)÷４(m)＝2.5のように「0.1に当たる大きさ」を考える糸口が見い出せないという点である。この二点を考えてみると,「倍の意味」を捉え直す時期を,商がまだ整数の場合の段階に設ける指導の効果は,限定的にならざるを得ないと思われる。

一方,「倍の意味」を捉え直す時期を,２(m)÷４(m)＝0.5，１０(m)÷４(m)＝2.5 のように,商が小数になる場合が出現した段階に設ける指導は,今まで述べてきたように,学習の必要性と解決の糸口とを見い出せるという二点から,学習効果が,最大になると考えられる。

また,「倍の意味」を「当たる大きさ」と「言い換える」だけの指導も見られる。

例えば，２(m)÷４(m)＝0.5　　0.5倍　→0.5に当たる大きさ

１０(m)÷４(m)＝2.5　　2.5倍　→2.5に当たる大きさ　等である。

これでは,「倍の意味」が２年で「幾つ分」であったので,そのままでは,0.5倍とか2.5倍とかには表せない壁だったことや，この壁を「0.1に当たる大きさ」を考えることで，実際には分割できない場合でも,「0.1に該当する大きさ」を考えて,「0.5とか2.5に当たる大きさ」と,意味を捉え直して乗り越えたことを,学ばないままになってしまう。

以上,学習の「適時性」と「言い換え」の問題点から,学習指導要領 解説・算数編(平成２９年７月)４年A(4)ｱ(ｱ)(P.191)「小数を用いた倍」に示された改訂の趣旨は,教科書レベルでは,まだ達成できていないのではないかと思われる。次の教科書改訂に期待したい。

２．　５年「×小数」・「÷小数」

（１）　４年「小数を用いた倍」と５年「×小数」・「÷小数」の関連

平成２０年８月の学習指導要領 解説・算数編での関連は，

５年　◎「×小数」

「×小数」で「小数を用いた倍」による意味の捉え直しを行い，「×小数」を実現する。

◎「÷小数」

・「÷小数」の中で，２（m）÷0.4（m）のように包含除からの発展になる場合について，「×小数」で学んだ「小数を用いた倍」を適用して，「÷小数」を実現する。
さらに，「整数÷整数」で，２（m）÷４（m）＝0.5のように商が小数になる場合も，同様の意味で実現する。

・「÷小数」の中で，２（m）÷0.4のように等分除からの発展になる場合について，計算の意味の捉え直しを再び行って，「÷小数」を実現する。
「整数÷整数」で，２（m）÷４のように商が小数になる場合は，等分除のままで計算可能なので，すでに４年で学習している。

平成２９年７月の学習指導要領 解説・算数編での関連は，

４年

◎「整数÷整数」で商が小数になる場合で，２（m）÷４（m）のように包含除からの発展になる場合について，「小数を用いた倍」による意味の捉え直しを行い，計算を実現する。
２（m）÷４のような場合は，等分除のままで計算可能。

５年「×小数」

◎「×小数」で，４年で学習した「小数を用いた倍」を適用して，「×小数」を実現する。

◎「÷小数」

・「÷小数」の中で，２（m）÷0.4（m）のように包含除からの発展になる場合について，４年「整数÷整数」や，５年「×小数」で学んだ「小数を用いた倍」を適用して，「÷小数」を実現する。
「整数÷整数」で，２（m）÷４（m）のように商が小数になる場合は，すでに，４年で，「小数を用いた倍」の意味で学習している。

・「÷小数」の中で，２（m）÷0.4のように等分除からの発展になる場合について，計算の意味の捉え直しを再び行って，「÷小数」を実現する。
「整数÷整数」で，２（m）÷４のように商が小数になる場合は，等分除のままで計算可能なので，すでに，４年で学習している。

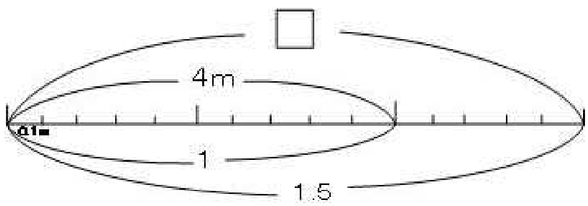
上記の関連で分かるように，今までは，５年で計算の意味の捉え直しを行っていたが，これからは，概ね，別の指導者が４年と５年の学習指導を行うことになる。この状況における注意点は，５年の指導に入る前に，４年と５年の指導内容及び関連と児童の理解度を，把握しておかなければならないという点である。特に，「÷小数」は，計算の意味が２(m)÷0.4(m)のような包含除からの発展になる場合は，４年ですでに計算の意味を，「小数を用いた倍」によって，「小数を用いた倍に当たる大きさを求める計算」と捉え直しているので，５年では，この意味を適用するだけでよい。しかし，２(m)÷0.4のように等分除からの発展になる場合は，４年では計算の意味が等分のままなので，「÷小数」に進むことができない。したがって，５年で計算の意味を，新たに捉え直す必要があることから，算数科における計算の意味を考える場面としては，最も難しい。より丁寧な準備や指導を心掛ける必要がある。

６年で指導する「×分数」や「÷分数」では，４年「小数を用いた倍」・５年「×小数」・「÷小数」で捉え直した計算の意味を適用することで，計算を実現していく。新たな意味の捉え直しはないので，４年「小数を用いた倍」・５年「×小数」・「÷小数」の指導は，より一層重要であると言えよう。

（２）　５年「×小数」の指導

「×小数」の計算の意味は，４年「小数を用いた倍」を適用して，「小数を用いた倍に当たる大きさを求める計算」と捉え直される。例えば，４(m)×1.5は，４mを１とした時「1.5に当たる大きさ」を求めることである。

図(2)



４mの「0.1に当たる大きさ」に着目する。

４mの「0.1に当たる大きさ」を求めて，それを１５倍する。

式　　４(m)÷１０×１５＝６(m)　　　　答え　６m

ここで，1.5倍を整数化して，形式的に処理する方法もある。

４(m)×1.5＝４(m)×(１５÷１０)＝４(m)×１５÷１０＝６(m)

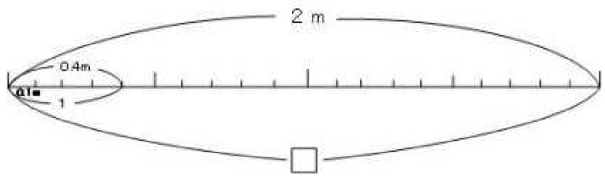
この方法は，計算の意味を考えなくても形式的に処理できるという利点がある一方，「0.1に当たる大きさ」の１５倍になる「1.5に当たる大きさ」を求める という計算の意味を理解することが難しい という問題点がある。

（３）　５年「÷小数」の指導

①　包含除からの発展になる場合

２(m)÷0.4(m)のように，包含除からの発展になる場合の「÷小数」の計算の意味は，４年「整数÷整数」や，５年「×小数」で学んだ「小数を用いた倍」を適用して，除数を１とした時，「被除数がいくらに当たるかを求める計算」となる。例えば，２(m)÷0.4(m)は，0.4mを１とした時，２mがいくらに当たるかを求めることである。

図(3)



２ｍは0.1ｍが２０こ

0.4ｍは0.1ｍが４こ

式　　　２(ｍ)÷0.4(ｍ)＝(0.1(ｍ)×２０)÷(0.1(ｍ)×４)
　　　　　　　　　　　＝２０÷４　　　　【注】単位0.1(ｍ)を省いて,
　　　　　　　　　　　＝５　　　　　　　　　個数同士の計算になる。

答え　　２ｍは，0.4ｍを１とした時，５に当たる。

この方法は，単位を省いて個数だけの計算になるので，図を見て,解決の方法が理解しやすいが，単位と個数の考えに慣れておく必要がある。

ここで，整数化して形式的に処理する方法もある。

２(ｍ)÷0.4(ｍ)＝(２(ｍ)×１０)÷(0.4(ｍ)×１０)
　　　　　　　＝２０(ｍ)÷４(ｍ)
　　　　　　　＝５

この計算方法は,被除数と除数に同じ数をかけても答えは変わらないと分かるものの，２ｍが0.1ｍの２０個分，0.4ｍが0.1ｍの４個分と考えて，２ｍが0.4ｍの「いくらに当たるかを求める」という計算の意味を理解することが難しい という問題点がある。

② 等分除からの発展になる場合

３年で，除法を ４(ｍ)÷２(ｍ)のように，４ｍが２ｍの「幾つ分」「倍」であるかを求める場合(包含除)と，４(ｍ)÷２ のように，４ｍを２等分した「一つ分」を求める場合(等分除)と，二つの場合がある計算として指導してきた。

そして，４年で，２(ｍ)÷４(ｍ)や１０(ｍ)÷４(ｍ)のように，「倍」(包含除)を求める場合について，「小数を用いた倍」によって,計算の意味を,「基にする大きさを１とした」時，「比べる大きさがいくらに当たるかを求める」と捉え直すことで,「整数÷整数」で，商が小数になった場合の計算を実現した。さらに，５年では，２(ｍ)÷0.4(ｍ)のように「÷小数」の計算を実現してきた。

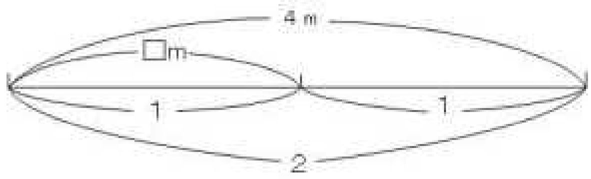
一方,４(ｍ)÷２のように,２等分した「一つ分」を求める場合については,意味が等分のままなので，４(ｍ)÷0.2のように，「÷小数」に進むことができない。

この壁を乗り越えるためには，計算の意味を，新たに捉え直す必要がある。

そこで，次のように指導する。

T　４ｍを２等分すると，４(ｍ)÷２＝２(ｍ)から,一つ分は２ｍになります。
しかし，４(ｍ)÷0.2は，等分ではないので計算できません。
どう考えたらよいでしょう。
４(ｍ)÷0.2になる場面を,４(ｍ)÷２の場面から考えてみましょう。

C　４(ｍ)÷２の場面は，４ｍを２等分する場面です。
一つ分が２ｍになります。
図(4)

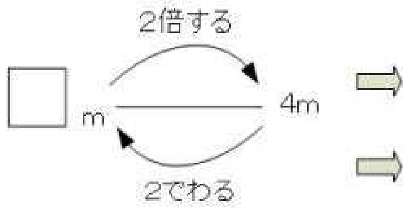


T　求めた一つ分を □ｍとすると，□ｍをどうすると，４ｍになりますか。

C　□ｍを２倍すると，４ｍになります。

T　割ることと 掛けることの関係を，図や式でまとめてみましょう。

C　図(5)

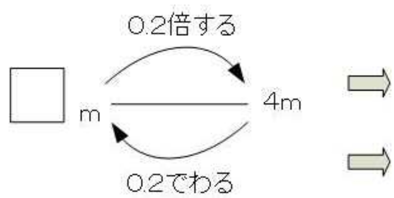


式
□(ｍ)×２＝４(ｍ)
４(ｍ)÷２＝□(ｍ)

４(ｍ)÷２＝□(ｍ)は，□ｍの２倍が４ｍになるときの，一つ分になる大きさを求める割り算となります。

T　４(ｍ)÷２＝□(ｍ)を基にして，４(ｍ)÷0.2になる場面を,図や式で考えてみましょう。

C　図(6)



式
□(ｍ)×0.2＝４(ｍ)
４(ｍ)÷0.2＝□(ｍ)

４(ｍ)÷0.2＝□(ｍ)は，□ｍの0.2倍が４ｍになるときの,「１になる大きさを求める割り算」になります。　※計算の意味を捉え直す場面

T　「１になる大きさを求める割り算」と考えることで，４(ｍ)÷0.2の，0.2で割る意味を，「等分して一つ分を求める」から「１になる大きさを求める」に変えて(捉え直して)，計算の意味が分かるようになりましたね。
この「～になる」を，「～に当たる」と言いましょう。
ところで，図(4)の４(ｍ)÷２＝□(ｍ)の □ｍは，４ｍを２としたとき，

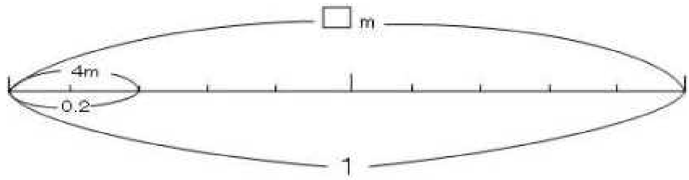
いくらに当たりますか。

C　　１に当たります。

T　　今まで，４(m)÷２のような 計算の意味を「等分して一つ分を求める割り算」としてきましたが，「１に当たる大きさを求める割り算」と考えても，計算の意味が分かるようですね。

T　　では，４(m)÷0.2＝□m になる場面を，線分図に表して，計算の仕方を考えましょう。

C　　□mの0.2倍が４mだから，逆に４mを0.2で割れば□mになると考えて，図(7)



□(m)×0.2＝４(m)になる□mを求める式は，４(m)÷0.2となります。

図(7)の，□mの「0.2に当たる大きさ」は４mだから，□mを求めるには，まず，４mを２で割って，「0.1に当たる大きさ」を求めます。
次に，その大きさを１０倍して，「１に当たる大きさ」を求めます。
※計算の意味に合わせて，計算の仕方を考える場面

式は，４(m)÷0.2＝４(m)÷２×１０＝２０(m)となります。
答え　　２０m

T　　４(m)÷0.2　のような計算の意味を，「１に当たる大きさを求める割り算」と考え，その意味に合わせて，計算できるようになりましたね。

以上が指導の概要である。
ここで，整数化して形式的に処理する方法もある。

４(m)÷0.2＝(４(m)×１０)÷(0.2×１０)
＝４０(m)÷２
＝２０(m)

この方法は，計算の意味を考えなくても，形式的に処理できるという利点がある一方，「0.1に当たる大きさ」を用いて，「１に当たる大きさを求める」という計算の意味を理解することが難しい という問題点がある。

今まで述べてきたように，「倍の意味」や乗法・除法の意味を捉え直すことによって，新しい計算を実現して，計算の範囲を広げることができる。「捉え直す」とは，数学用語で「置換」であり，「広げる」とは「拡張する」という数学的な考え方である。新しい問題場面に出会った時に，今までの問題を振り返ることで，解決方法を類推したり，いくつかの解決方法を帰納

することで，統合的な考えに至ったりする等は，全て数学的な考え方である。
算数科の学習の中の何処で, どのような数学的な考え方が扱われているかを教材研究によって明らかにすることは, 算数教育研究を進める上で重要である。例えば，中学・高校・大学に至るまで用いられている「置換」が，小学校第２学年で扱われていることを知ったなら，算数教育に対する熱意は高まるであろう。大学教職課程における講義・演習に, このような内容は，少ないのではないかと危惧される。
次に，計算の仕方について，計算の仕方は，意味に合わせて行う方法と, 形式的に処理する方法とがある。意味に合わせて行う方法は, 計算の意味を調べる所から始める必要がある。例えば,「包含除→いくらに当たるかを求める」のか,「等分除→１に当たる大きさを求める」のか調べて, その意味に沿って計算していかなければならない。しかし，図を用いた計算の意味が理解し易く，念頭操作も行い易いという利点がある。一方, 形式的に処理する方法は, 意味を考えずに簡単に答えが求められるという利点があるものの, 意味が分かりにくいという問題点がある。岐路に立った時, どうするべきであろうか。
分数の乗法･除法の意味が分かりにくいという声を, よく聞く。この意見には, 疑問を感じざるを得ない。それは，計算の意味の捉え直しは，５年までに終わっていて，６年では，５年で捉え直した計算の意味を適用するに過ぎないからである。５年までの時期に，形式的な処理を主として，意味に合わせて計算してこなかった為ではないかと危惧される。岐路に立った時は，困難な方に主体的に向かっていかないと，いずれ分からなくなると, 心に定めて指導したいものである。また，そうでなければ，主体的に学ぶ児童･生徒は育てられないのではないかと思う。

参考文献

〇算数教育ネットワーク岡山ＨＰ　教育情報コーナー

・主体的に考える子どもを育てるための 小数･分数の かけ算･割り算の指導･支援の方法

・数学的な考え方を育成するために

〇小学校学習指導要領 解説･算数編（平成２０年８月）（平成２９年７月）

〇算数科教科書（学校図書・啓林館・東京書籍）２年・４年・５年（令和２年度配布）