算数教育ネットワーク岡山

数学的な考え方を育成するために

2011.08

Masaru Yamagami

１　数学的な考え方はなぜ大切か

数学的な考え方が大切にされるのは，創造的に学び続ける姿勢が，今まで以上に必要とされる社会的背景があるからである。

と，私たちは考えている。

私たちが日常行っている授業は，一定人数の子どもを一定の場所に集め，一定の目標に向けて教育していく営みである。このような教育の営みは，とかく批判はあろうとも一定の成果を上げてきたと考えている。例えば，第１学年の繰り上がりのあるたし算で，「８＋３」のように加数分解しやすい場合で，計算の仕方を理解させ，以後は，「２＋９」のように被加数分解が容易な場合でも，加数分解を通させる指導について考えてみよう。この指導法は，正答率を上げるうえで非常に効果的である。どの計算の仕方がより簡単化などと考えさせたりしないので，誤答が少なく計算処理のスピードも速い。このような研究が進んだ背景の一つには，社会が，学校に対して，一定の処理能力を持った人材を大量に求めてきたことが考えられる。いわば，学校は決められたことを決められたように処理する能力を身につけるところ，社会はその能力を使うところという構造が根底にあったわけである。

しかし，最近の社会の状況をみると，この構造は変化しつつあるように思われる。社会においても生涯学び続けなければついていけない。このような時代にあっては，教育もその立場を修正していかざるをえない。これからは，知識の量もさることながら，類推したり，よりよい考えを求めたりする創造的な思考力が重要になってくる。そして，このような学習の姿勢を生涯持ち続けることが望まれる。コンピュータの発達は，決められたことなら，ますます複雑な作業を可能にしている。人間に求められる能力は，決められたことを決められたようにこなす能力ではなくて，新しいものを創造していく能力である。現在の日本は，いくつかの産業分野で，ヨーロッパや米国を追い抜き世界の最先端となっている。トップを維持するためには，他国の真似をしていてはだめである。常に，創造していく活動が不可欠である。考えてみれば，戦前に富国強兵の時代においても，戦後の産業復興の時代においても，日本の教育は，先進国にならい，追いつき追い越すための教育であった。現在の日本はお手本となる国が少なくなりつつあるという未だかつて経験のしたことのない状況に遭遇している。したがってこれからの教育では，一定の能力が身についたことにとどまらず，よりよい考え，より深い考えを求め続ける創造的な学習態度が是非とも必要である。

ところで，数学的な考え方とは，算数・数学で，創造的に思考する際の核となる考え方である。したがって，数学的な考え方を研究することは，社会の要請，時代の要求に算数教育という窓口から応じることになると，私たちは考えている。数学的な考え方が，創造的に思考する際の核になる例として，第５学年の商分数を取り上げてみよう。

この学習までに，子どもたちは商が整数や小数であらわされている場合は学習してきている。しかし，割り切れない場合の表し方を考えようとして行き詰まってしまう。この認識の壁を超えるために，つまり，子どもたちにとって新しい計算の世界を創造してくために，子どもたちは，どのような思考のプロセスを必要としているのであろうか。今までの，数学的な考え方を大切にしない授業では，この点があいまいにされてきたように思われる。「２÷３」の場合で考えてみると，答えが２／３であることの説明に力点が置かれて，なぜ答えが２／３と予測したのかといったプロセスに触れずにいた。このプロセスは，教える側にとっても見えにくいので，つい，軽視しがちであった。数学的な考え方を大切にするとは，一部の子どもたちの頭の中で思考されていたことを，どの子にも可能になるように解きほぐしていくことでもある。子どもたちが，２／３という答えを予測するためには，自分たちが知っていることから類推する必要がある。類推は，数学的な考え方の一つであり，問題を解決していく糸口をみつけ，新しい概念を創っていく核になっているわけである。ここに数学的な考え方をこれからの算数教育を進めるうえで重要視していく理由があると，私たちは考えている。

２　数学的な考え方とは

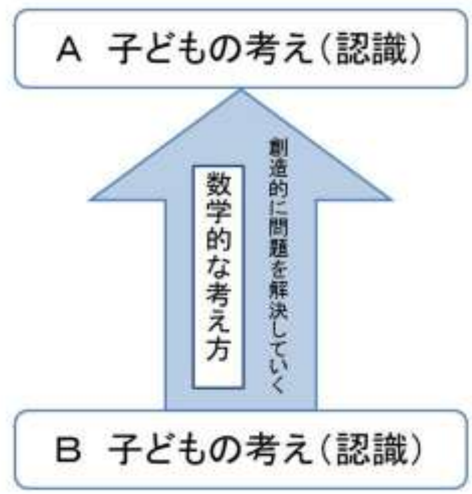
数学的な考え方とは，既習の知識を活かして問題を解決し，新しい概念を創造していく核となる考え方である。

と，私たちは考えている。

数学的な考え方の意味を考える場合，広く解釈する立場と限定して解釈する立場とが知られている。私たちは後者の立場をとる。それは，前者の立場の，「学習とは概念原理法則と統合・発展的な考え方などとが融合されたものである」という主張は認めるとしても，いくつかの問題点を指摘することができるからである。まず，前者の立場だと内容も何もほとんど含まれてしまう。したがって，「数学的な考え方が大切だ」と主張することは，「算数が大切だ」と主張することになってしまう。このような考え方は，主張とは言えない。次に，何のために数学的な考え方を重視するようになったかわからなくなってしまう。子どもたち一人ひとりが創造的な思考力を働かせて学ぶように育て

てやりたい。生涯にわたって学び続ける意欲の灯を消さないために結果より過程を大切にしてやりたいという教育のビジョンは全く見えなくなってしまう。ビジョンのない教育はあり得ない。このようなことから，私たちは後者の立場をとるのであるが，前者を主張する人々は，なお，創造的な学習は，一般化とか，統合といった考え方だけでは成立しないと反論するであろう。しかし，これはあたっていない。数学的な考え方は，創造的思考の核であると主張しているのであって，単独では存在しないことはもちろんである。数学的な考え方を核として，創造的に問題を解決していけば新しい概念がもたらされると考えているのである。

　では，数学的な考え方を核にして，創造的に学んでいく子どもの姿を第１学年の繰り上がりのあるたし算の場合で描いてみよう。「８＋３」の計算を，子どもたちは数え足しか，加数の「３」を「２と１」に分けて 10 のかたまりを残りの数に分けるやり方で行い，どちらのやり方も答えが求められるので，「よい」と考えている。これが計算の仕方についての子どもの考えＢである。次に，よりよい考えを話し合う。そして，「９＋７」のような場合だと数え足しよりも，加数の７を１＋６に分ける方が簡単でいつも使える（一般性）【数学的な考え方】ことから，加数を分けて 10 のかたまりをつくる方がよいと考えるようになる。これが計算の仕方についての子どもの考えＡである。子どもの考えが変わったのは，簡潔性とか一般性とかの数学的な考え方を核にして，どの考えがよりよいかと創造的に思考したからである。一つの計算の仕方を教え，ひたすら正答率を上げることばかりを目指す授業は，数学的な考え方を育てようとしない授業である。手間がかかっても子どもに，よりよく，より深く考え，判断していく場を設定する授業こそ，数学的な考え方を育てようとする授業である。（図１）このように私たちは考えている。



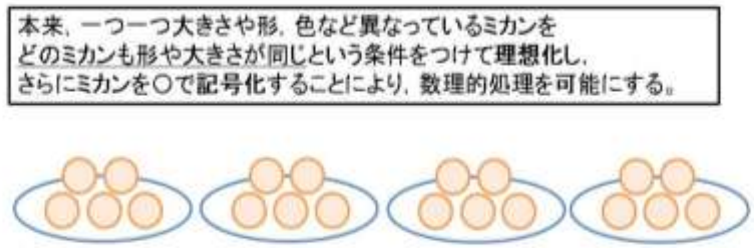
（図1）

〈数学的な考え方のあらまし〉

　今まで，数学的な考え方について私たちの立場や，授業の中での在り方について述べてきた。しかし，とり上げたのは一般性とか簡潔性が主であった。数学的な考え方の研究では，これがよく取り上げられる。授業過程も研究されているが，これらは，一般性とか簡潔性にかかわっているのであって，どの数学的な考え方の育成にも通用するものではない。この点で，誤解があってはいけないので，ここで，数学的な考え方の概要に触れておく。以下，数学的な考え方を大きく３つに分けて説明する。

（１）思考の対象のとらえ方について

お皿の上にのったミカンの代金を求める問題を考えてみよう。一つの皿の上にミカンが５つのっており，このような皿が４つあるとする。実際には，ミカンは一つ一つ大きさや形，色，味の濃さ，代金も異なってくるはずである。しかし，それではかけ算の問題としては処理できない。そこで，どのミカンも形や大きさが同じという条件をつけて理想化し，みかんを○で記号化し問題をとらえる（図２）。このとき，○という記号化によって，日常の事象が抽象化され数理的な処理が可能になっていることにも留意する必要がある。



（図2）

（２）思考の対象の処理の型について

子どもが，事象を算数の問題としてとらえてくると，その問題は既習の算数で処理できる（適用）場合と，新しく算数を創っていかなければならない場合とに分けられる。後者には一般化したり，簡潔化を図ったり，統合したり，拡張・発展を図ったりする場合がある。

①適用について

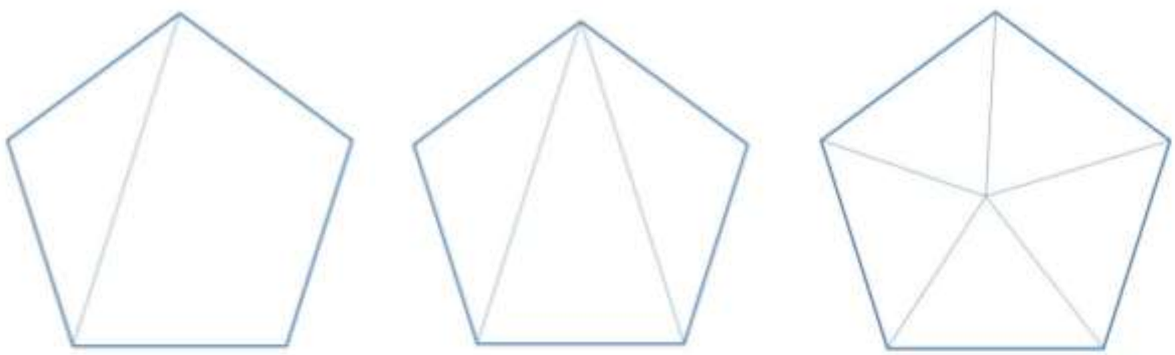
たし算では，同じくらいの数ごと足す。同じくらいの数が 10 集まれば１つ上の位に繰り上げるというきまりを基にして計算していく。このことは，第１学年から第２学年にかけて，２位数までの数を扱う場合において指導されている。そこで，３位数どうしのたし算では，このきまりが適用できるのでないかという意識が生まれてくることが期待できる。適用の考え方が用いられる教材は，上記のほかに，例えば，

・第２学年　４位数までの数の表し方（第１学年の２位位数の表し方から）
・第３学年　４位数程度の下限の計算
・第４学年　３位数×３位数（２位数×２位数から）などが挙げられよう。

②一般化について

一般化には，方法について一般化を図る場合と，結果について一般化を図る場合とがある。前者は岡山市ではよく研究され，授業過程での位置づけも明らかになりつつある。例えば，第１学年で「８＋３」の計算の仕方を考えると，数え足しと，加数を分解して 10 を作る方法とがある。これらの方法をより一般的な計算の仕方を探るという方向で

吟味していく時などに用いられる。この際，簡潔化という考え方も表れてくることに留意したい。簡潔化には簡単な事柄を求めるという意味合いもあるが，一般化と絡まった時，より簡潔であるというニュアンスが強く出てくるようである。また，簡潔化とよく似ている考え方で，単純化という考え方がある。これは，不必要な属性を捨象（しゃしょう）して，抽象化を図るというニュアンスが強い。図形の概念把握の時などに用いられる。方法について一般化を図る教材は，まだ多い。例えば，「12×３」の計算の仕方で，「６×３＋６×３」と「10×３＋２×３」とのどちらがよりよいかを考える時に用いられる。ただ，ここでは，後に述べる拡張・発展的な考え方も用いられるので留意しておきたい。また，第５学年の多角形の内角の和の求め方で，正五角形を四角形と三角形に分ける方法（図３）と三角形だけに分ける方法（図４，図５）とのどちらがより一般的であるかを考える時に用いられる。



（図3）　（図4）　（図5）

図４と図５の方法は，中学校で公式化を図る際に，どちらでなければいけないというものではなく，どちらにも良いところがあり，結着はつけるべきではない。この点に留意していないと子どもが混乱して批判から免れる（まぬがれる）ことはできないので，注意を要する。方法について一般化を図る考え方が用いられている教材はこの他にもある。「単位量あたり（第５学年）」の単元もこの一つであろう。

　次に，結果の一般化であるが，これは結果に至るプロセスの一般化という意味合いで，公式化とよんだ方が，わかりが良い。面積を求める式，商分数を表す式（△÷□＝△/□）などはその例である。

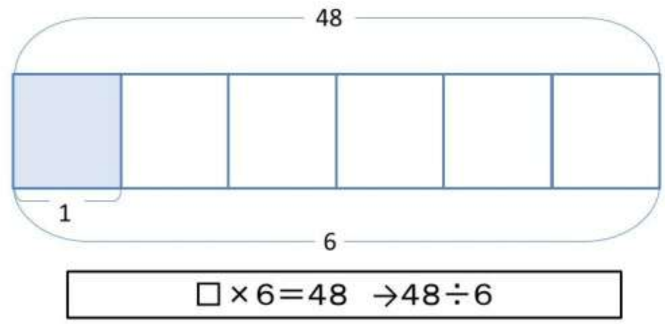
③統合について

集合的な統合を図る場合とこれには，逆の関係にあるものを補完的に統合していく場合とがある。前者には，第４学年で，様々な台形を一組の向かい合う辺が平行という観点から集合的に統合していく例や，第５学年の商分数で，「２÷４＝0.5」，「４÷２＝２」なども，それぞれ２／４，４／２と表すことができることから３÷７＝３／７のように割り切れない時と統合していく例が挙げられる。後者には，第１学年でたし算に

対してひき算を考えだす例や，第３学年でかけ算に対してわり算を考えだしていく例が挙げられる。

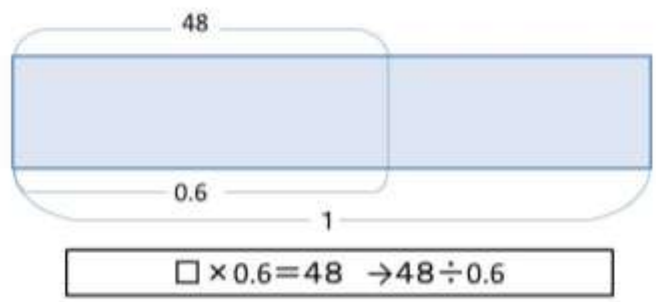
④拡張・発展について（拡張・発展的統合とも考えられる）

これには，数の範囲を広げて，新しい演算を可能にしていく場合と，意味を拡げたり，新しい概念を導入したりしなければならない場合とがある。後者の場合について，もう少し詳しく述べてみる。第３学年では，わり算を「４８ｍ÷６」，あるいは「４８ｍ÷６ｍ」のように学習している。



（図6）

このうち「４８m÷６」が等分除と呼ばれるわり算で，「４８ｍ÷０．６」に発展していく。しかし，等分除の意味のままでは発展できない。そこで，次の王に意味を拡げて発展を図っていく。「４８m÷６」は等分して，１に当たる大きさを求めるわり算である（図６）。そこで「１に当たる」という部分に着目して，今度は１に当たる大きさが未知で，その０．６が４８ｍになっている計算を考える。その関係は□×０．６＝４８となる。□を求めるには，逆算して４８÷０．６となる



（図7）

（図７）。未知数□を求めることは等分ではないけれど，１に当たる大きさを求めるわり算をすることには変わりない。こうして，わり算は矛盾することなく発展させることができた。１に当たる大きさを求めることは，単位量もしくは基準量を求めることでもある。

第５学年の商分数は，むしろ前者で，後に述べる類推によって計算の範囲を拡張し，任意の整数の商を一つの数で表すことを可能にしていくのである。

拡張・発展の考え方が用いられている教材は，他に次のようなものがある。

・第２学年　かけ算：○のいくつ分というアイデアを導入
・第３学年　２位数×１位数：分配して掛けるというアイデアを初めて導入
・第４学年　同分母分数の加減：単位を分数にまで拡張して計算可能に
　　　　　　　わり算，小数の計算：単位を２けた，３けた，小数にまで拡張して
・第５学年　異分母分数の加減：通分の概念を導入して計算可能に
・第６学年　分数でわるわり算：わる数の範囲を分数にまで拡張して

（３）思考の進め方について（筋道立てて考えること）

子どもたちが，自分の考えを発展させたり，一般化させたりする過程は，筋道立てて考えていく過程でもある。この過程の中で，思考を進めていくときには，類推したり，帰納したり，演繹したりしてくわけである。

①類推について

ある事柄Ａについて，Ｐという性質が分かっているとする。このとき，Ａと類似しているＢについてもＰと同じようなことがいえるのではないかと考える。これを類推という。（図８）

（図8）

例えば，第５学年の商分数では，次のようにして類推が行われる。（図９）

（図9）

また，第２学年の長方形の学習で，頂点について学習している子どもが，はこの形でもへりになっているところが交わっている「かど」が頂点ではないかと考える。これは二次元から３次元への類推が行われたのである。これらは，結果の類推といわれるが，類推には方法の類推もある。例えば，８０×０．６の計算の仕方を考えるときに，８×６０や０．８×６と同様に，８×６を先に計算して，あとからそれを１０倍したり１０でわったりすればよいと考えるときなどがこれに当たる。第３学年で２位数×１位数，例えば１２×３の計算をするときも類推する考え方が用いられるのではないかという意見がある。そこで，この計算と類似している教材，つまり分配法則と同じ構造をもっている教材を先行学習の中から捜してみる。しかし，見つからない。当然である。この教材は，分配してかけるというアイデアを初めて導入して，計算の範囲を

拡張している教材なのである。ここでの誤りは，類推を予想という意味合いに解釈したためであろう。類推は単なる予想ではない。きちんとして構造をもっている。
類推は，問題を解決していく過程の中では，解決の計画を立てる段階で見通しをもつことに役立つ。見通しができたら，確かめておく必要がある。先の商分数なら，２／３×３として，これが２になることを説明していくか，２÷３＝（１÷３）×２として，これが２／３になることを説明していくかのどちらかが必要になってくる。この時用いられるのが，後に述べる演繹していく考え方がある。
類推は，試行錯誤によって予測の精度を高めていく考え方（逐次近似的な考え方）とも関連があり，次の述べる帰納的な考え方とも関連がある。なお，逐次近似的な考え方が用いられている教材には，第５学年の円と正多角形（円周率を求めるときに用いられる）などがある。

②帰納について
これは，いくつかの事例から一般法則を見つける場合に用いられる考え方である。例えば，第５学年の商分数で，３÷５＝３／５，４÷７＝４／７，５÷９＝５／９などから，商の求め方を一般化（公式化）していく過程では，帰納する考え方が用いられる。

③演繹について
これは，既知のことから理詰めで新しいことを決定する考え方である。例えば商分数で，２÷３＝２／３を確かめるときに用いられている。２／３×３＝６／３で，これは３／３が２つだから答えは２になる。また，２÷３は１を３等分したものを２倍してもよいから１／３の２つ分で２／３。このような説明をする際に用いられているわけである。
思考を進める中で，前の，類推や機能はある事柄から新しいことを予想し発見していくときに用いられる考え方である。それに対して，演繹は，類推や機能で予想したことを確かめるときに用いられる考え方である。算数・数学の施行の進め方は，あくまで万人の認められるところでなければならない。第６学年の線対称・点対称の図形でこれらの図形が「整っている」と感じるのは直観である。これから学習を進めることは，直観が筋道立てて考えることを促進させるという点からも大いに奨励されるところであろう。しかし，これらの図形を「整った形」とすることは，論理に不備がある。単元名ならいざ知らず，こう決定づけてしまうためには，「整った形」が線対称・点対称などの形であるための必要十分な条件を満たしていなければならない。ところが，流線形をした魚を見ると，整ったように感じられる。しかし，これらは線対称でも線対称でもない。
子どもたち一人ひとりの考えを尊重することと，子どもに流されることとを混同してはならない。そのようなことは，子どもを責任もって育てていくことにはつながらないと，私たちは考えている。

３　数学的な考え方を育成するためには

（１）単元・題材に含まれる数学的な考え方を明らかにしておく。
（２）数学的な考え方を可能にしていく手立てを明らかにしておく。
（３）子どもの個人差に応じる配慮をしておく

以上の事柄が，ポイントであると私たちは考えている。

本節では，（１），（２）について，私たちの考えを述べることにする。（３）については，次の節に譲ることにする。

（１）単元・題材に含まれる数学的な考え方を明らかにしておく

このことは，授業の根幹であり，出発であるので，厳密な検討が必要である。しかしながら，いかに教えるかということに熱心なあまり，このことが疎かにされ，誤った関わり方をしてしまう原因にもなる。例えば，第１学年の繰り上がりのあるたし算の指導について考えてみよう。問題について，いくつかの解き方が存在する場合，一般化とか簡潔化によって一つの解き方がよいと結論付けられることが多い。そのためこの単元でも，加数分解と被加数分解のどちらの解き方がよいのか考えるようにかかわってしまう。これは，誤りである。「８＋３」のように，加数が小さい場合には加数分解がよいのである。「３＋８」のように被加数が小さい場合は，当然のことながら被加数分解がより簡潔なわけである。ここでの指導の誤りは，簡潔化という数学的な考え方を繰り上がりのあるたし算全部に用いたところに起因する。

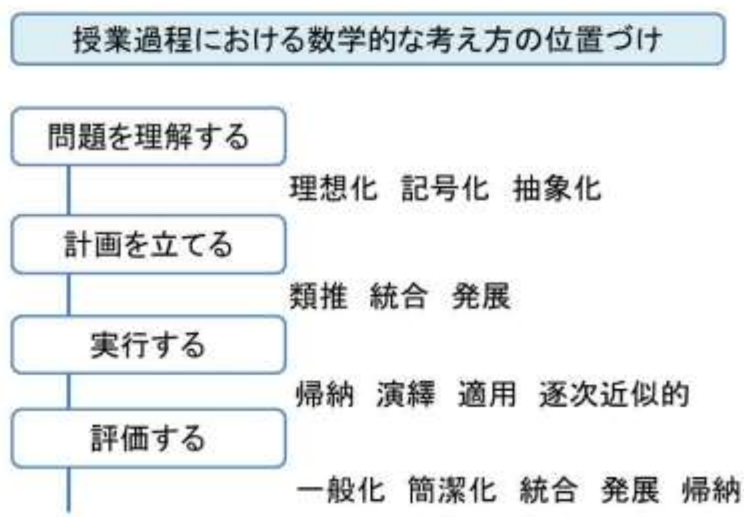
次に，第５学年の商分数の指導を考えてみよう。２÷３＝２／３であることを説明する方法は二通りある。一つは，２／３×３が２に戻ることを説明する方法である。２／３は１÷３の２倍と考えて，これが２／３になることを説明する方法である。二つの解き方が存在するときは，いつも比較して一つに絞らないといけないとしたら，どちらかの方法に決めなければならない。しかし，二つとも長所短所を含んでおり，甲乙をつけがたい。ここでは，どちらかの方法で２÷３＝２／３が説明できればよいのである。むしろ，４÷７＝４／７，５÷９＝５／９などから商分数の表し方について，一般化を図ることの方が重要である。

今まで，いくつかの解き方が存在した場合，一つの解き方がよいと決められない例を示してきた。しかし，そうではない場合も多い。例えば，第４学年の小数のかけ算の指導を考えてみよう。０．４L×３の計算の方法には二通りある。一つは，０．４L を０．

１Lが４つと考えて，０．４L×３は，（０．１L×４）×３＝０．１L×１２＝１．２Lとする方法である。もう一つは，０．４L＝４dLと考えて，０．４L×３は４dL×３＝１２dL＝１．２Lとする方法である。この指導では，一般化という数学的な考え方によって，必ず前者の方法がよいと結論付けなければならない。

数学的な考え方についての見当は，やや細かで，困難さを伴う。そのため，細かな検討よりも，授業での子どもの姿が大切である。かかわり方こそ重要視せねばならないとする主張が生まれてくる。なるほど，授業での子どもへのかかわりは大切である。しかし，どのようにかかわっていけばよいのか，どのような授業にしていけばよいのか，ということを決めるためには，教材のもつ数学的な考え方を細かく検討することが不可欠である。この検討と，かかわり方を考えることとは，選択すべきことではない。順序をもって吟味し，関連付けていくべきことである。私たちは，子どもたちの将来を担う教師として，全体の奉仕者として，自分自身に厳しくありたいと思う。数学的な考え方の検討が不十分なため，せっかくの教育の場を見落とすことがあったとしたら，子どもたちに申し訳ないし，残念なことである。第２学年の，はこの形の指導の際に，私たちは，頂点とか辺を，単に名称と考えて，子どもたちに覚えさせるだけであったように思う。私たちは，この度の研究で，長方形から，はこの形への類推が行われる場面であることを知った。かつての教え子たちに誠にすまないことをしてしまったと，深く反省している。

数学的な考え方の検討は，どの教材にどのような数学的な考え方があるかを明らかにすれば終わりにというものではない。授業過程のどこに存在するかを明らかにするのでなければならない（図１０）。一般化とか簡潔化は，G．ポリアの授業過程では，評価する場面で用いられる。理想化，記号化は問題を理解する場面で，類推とか発展とかの考え方は計画を立てる場面で用いられる。第５学年の商分数の指導では，２÷３の商を予測するところで類推する考え方や，拡張・発展する考え方が用いられていることに留意したい。また，商の表し方をまとめるところでは，一般化の考え方が用いられることに留意したい。



（図10）

数学的な考え方の検討が不足して，かかわり方を誤ったり，一般化とか簡潔化の考え方のある場面ばかりを取り上げて，せっかくの教育の場を見落としたりしていたは，真に，数学的な考え方を育成していることにはならないと考える。

（２）数学的な考え方を可能にしていく手立てを明らかにしておく

単元・題材に含まれる数学的な考え方が明らかになったら，それを可能にする手立てを研究しておかなければならない。子どもたちの自主性を尊重しようとするあまり，「よりよい考えは?」と問いかけるだけで，子どもたちの話し合いに任せる授業を見かけることがある。子どもはよりよい観点を自由に引き出させるわけで，その点ではメリットはある。しかし，考えを深めていく方向は定まっていないわけだから，話し合いがかみ合わなくなっても仕方がない。第１学年の繰り上がりのあるたし算で，数え足しと加数分解の方法のどちらがよいかを話し合って，結論が出ずに授業が終わってしまう。その結果次の授業で，「前は，いろいろ考えたけれども，今日からは数を分けるやり方で計算しましょう。」と言わざるを得なくなってしまう。これでは，子どもが不信感をもったとしても仕方がない。子どもたちが，算数というのは，とにかく覚えればいいのだなと考えたとしたら，残念なことである。子どもの考えを深めてやる手立てがなかったために，数学的な考え方の芽を摘んでしまう。このようなかかわりを小学校６年間で繰り返す。これでは，算数・数学についての悪いイメージができてしまう。子どもたちの学習を張りのある充実したものにするためには，数学的な考え方を可能にする手立てを明らかにしていくことが不可欠である。

例えば，一般化，簡潔化を可能にする手立てを述べてみよう。

（ア）今までの学習との違いから課題を設定しておく。

（イ）いくつかの解き方の説明や承認ができた時点で，「よりよい考え」は何か問いかける。

（ウ）子どもたちがよりよいことについて自分の考えをもった時点で，課題に振り返らせてほ　　　　　　かの問題はないか問いかける。

（エ）考えを深めるに適した問題が子どもから出てこない場合は，教師からこれを提示する。

以上が，考え方を可能にする手立てである。特に（エ）の手立てを研究しておく必要があるだろう。

このことを，第１学年の繰り上がりのあるたし算の場合で場合で述べてみよう。「８＋３」の問題を提示した後，この問題のままにしないで，今までのたし算に用いられた数との違いを話し合わせ，「前より少し大きい数のたし算の仕方を考えよう。」のような課題を導いておく（ア）。子どもたちが，数え足しとか加数分解による方法で，答え

を出して説明ができた時点で，よりよい考えを話し合わせる（イ）。そして，課題に振り返って，「８＋３」のように，２＋３より少し大きいたし算を考えさせる（ウ）。さらに，考えを深めるのに適した問題「８＋６」を提示して，話し合わせる（エ）。

ここの手立ての中で，特に（エ）で提示する問題は，よく吟味しておかなければならない。そいでなければ，子どもたちを納得させることはできない。一般化，関係化を柱として考えを深めていく指導の例は，このほかに，第４学年の小数のかけ算がある。「０．４Ｌ×３」の問題を，子どもたちは，「０．１Ｌ×４×３＝１．２Ｌ」か，「４ｄＬ×３＝１２ｄＬ＝１．２Ｌ」として答えを求め，どちらがよいか分からないでいる。そこで，（エ）の手立てとして，単位換算ができないような問題，「**０．４ｄＬ**×３」を提示して話し合わせる。ここでは，「０．１ｄＬ×４×３」とするしかないので，０．４を「０．１の４つ分」と見てかける方法がよいと初めて納得する。数学的な考え方を育てたいと願うなら，根拠なしで考えを変えるようなことは慎まなければならない。子どもが，考えを変えないとしたら，何らかの原因があるはずである。このことを究明して，取り除いてやる必要がある。

次に，類推することを可能にする手立てである。

第５学年の商分数で，「２÷３」の商を２／３と予測するためには，先行学習からの類推が必要である。そこで，「１Ｌ÷３＝１／３Ｌ」のわられる数１はどこに行って，わる数３はどこに行っているかを見させる。そのことから「２÷３」の商がいくらになるかを考えさせる。類推させるときには，同じ構造をもってい う教材を提示してよく観察させるとよい。

４　個人差に応じるためには

- **子どもたちの学習実態を調査する。**
- **調査を基にして，授業での学習行動を予測する。**
- **予測したことを基にして，個人差に応じるかかわり方を決める。**
- **一単位時間の授業実施後，事後テストをする。その結果を集計表に記録する。（単元内形成的評価）**
- **集計表から，個人差為応じるかかわり方の評価を行う。次に，かかわりが効果をもたらさなかった原因を一人ひとり解明していく。**
- **集計表から考察したことを基に，次の授業での個人差に応じるかかわり方を，より妥当なものにしていく。**
- **単元内のすべての授業について，事後テストを実施し，個人の学習行動を追跡し，特性をより的確に把握していく。**
- **個人の特性および実態に応じる，きめの細かい指導法を開発していく。**

以上のような手順を踏んでいけばよいと，私たちは考えている。

数学的な考え方を育てていくための教師のかかわりの中で，私たちが最も配慮したことは，子どもたちの個人差に応じることであった。

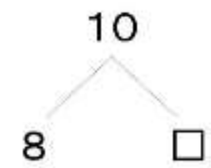
個人差に応じることは，操作的な活動を必要ない子にまで，それでよしとすることではもちろんない。しかし逆に，子どもたちを一人一人離して，一人ずつかかわっていったり，多様な考えを引き出そうとするあまり子どもたちに無理を強いたりすることでもない。一人一人の学び方に即したかかわりを進めていくということでる。子どもの学び方は，前提となる学習内容の理解度だけでは決まらない。計算技能，作図能力などの様々な能力や，性格から影響される誤りの傾向などなど，いくつかの条件によって左右される。もちろん，現在の私たちが，これらのすべてについて研究し，成果を発表するということではない。私たちは，今，そのような力量を持ち合わせていない。しかし，個人差に応じることは，これからの教育や，子どもたちが成人して参加する社会の在るであろう姿を考えた時，今後是非とも研究していかなければいけないと考えている。

個人差に応じるために，私たちは，指導する授業に先行する授業での学習実態を調査した。そして，その調査を基にして，どの子にどのようにかかわっていけばよいかを決めていった。そして，実際のかかわりが全体である場合でも，グループに対する場合でも，個人に対する場合でも，どんなかかわりが，どの子に有効に働いているかを見ようと心掛けた。今までの，私たちの授業では，問題に対する子どもたちの反応を想定し，

それについてのかかわりを研究してきた。しかし，どの子が，どのような学習行動をするかを想定して，より無駄のないかかわり方をしていくまでに至らなかった。また，「どの指導法が何%の正答率を上げた。」ということばかりに目が向いて，「一つの指導法がある児童には有効で，ある児童には無効であるのかは何故か。」といったような，子ども一人一人にまで分け入った反省はできていなかった。また，子どもの実態把握や，指導法の評価も一単位時間の授業に関する程度にとどまっていた。そのため，実態把握の信頼性を高めていく方法や，指導の効果をじっくりと見続けていくことや，授業中理解できたとしても維持されにくいのは誰か，また，その子に対する指導法はどう改善すればよいかといったことは考慮されないままであった。

そこで，私たちは，子どもの学習行動や指導の効果を一単位時間だけで見るのではなく，単元を通して追跡し，評価していこうと考えた。このことによって，個人差をより的確にとらえ，個人差に応じる指導をより妥当なものに改善していこうと考えた。

それでは，私たちの考えたかかわり方を，第１学年の繰り上がりのあるたし算の例で述べてみよう。子どもたちが「８＋３」の計算ができるためには，１０を８と□に分解するように（図１１），１つの数を分解したときの歩数を見つける力が必要である。また，１０のかたまりをつくるのだという意識も欠かせない。そこで，これらのことについて実態を調査した。そして，個人差に応じるかかわり方を決めていった。また，数え足しと加数を分解する方法とでは，どちらがよりかを話し合わせるところでは，考えを深めていくためのかかわり方を研究した。そして，かかわりが，「だれに有効に働いて，だれに有効でなかったか。」，「その理由は何か。」ということを調べるようにした。次時，問題に応じて簡潔な計算の仕方を考えさせていく場面では，前時までの子どもの学習行動を追跡してかかわり方を決めていった。そして，どのような子どもに効果があったかを見ようとした。また，問題に応じて，より簡潔な計算の仕方を考えていく力は，単元を通してどのように育っていくのかということも調べようとした。これらの調査やかかわり方の研究によって，後に報告するように，私たちの期待していた以上の事実が明らかになった。



（図11）

また，第５学年の商分数では，「２÷３＝２／３」を確かめる方法が２通り考えられる。そこで，どの子が，どちらの方法で確かめようとするかを調査した。この調査を基に，子どもの学習行動を予測し，できるだけ無駄のない，必然性のあるかかわり方ができるようにした。